ORSAY
n° d'ordre : 2 403

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le grade de DOCTEUR ès Sciences Physiques

PAR

Mme. Michèle JARDINO née DURAND

SUJET : "ETUDE DE LA RESONANCE HYPERFINE D'IONS $^{199}Hg^{+}$ CONFINES DANS UNE TRAPPE RADIOFREQUENCE ET APPLICATION A LA REALISATION D'UN OSCILLATEUR TRES STABLE"

soutenue le 13 MARS 1981 devant la Commission d'examen

MM. P. GRIVET Président

C. AUDOIN

B. CAGNAC

M. DESAINTFUSCIEN

J.P. SCHERMANN

G. WERTH

ORSAY
n° d'ordre : 2 403

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le grade de DOCTEUR ès Sciences Physiques

PAR

Mme. Michèle JARDINO née DURAND

SUJET : "ETUDE DE LA RESONANCE HYPERFINE D'IONS $^{199}Hg^{+}$ CONFINES DANS UNE TRAPPE RADIOFREQUENCE ET APPLICATION A LA REALISATION D'UN OSCILLATEUR TRES STABLE"

soutenue le 13 MARS 1981 devant la Commission d'examen

MM. P. GRIVET Président

C. AUDOIN

B. CAGNAC

M. DESAINTFUSCIEN

J.P. SCHERMANN

G. WERTH

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

TABLE DES MATIERES

page

INTRODUCTION ii

CHAPITRE I - DESCRIPTION THEORIQUE 1

I-1. Confinement des ions dans une trappe 1

I-2. Observation de la résonance hyperfine des ions $^{199}Hg^{+}$ 4

I-3. Calcul du signal de résonance 7

I-4. Estimation de la stabilité à moyen terme d'un oscillateur à quartz asservi sur la résonance hyperfine .. 24

CHAPITRE II - OBSERVATION DE LA RESONANCE HYPERFINE

II-A. Dispositif expérimental 30

II-A.1. Confinement des ions 30

II-A.2. Excitation et détection de la transition optique 35

II-A.3. Excitation de la résonance hyperfine 46

II-B. Résultats expérimentaux 50

II-B.1. Signal de fluorescence en l'absence d'irradiation microonde 50

II-B.2. Résonance hyperfine 51

II-B.3. Mesure des taux de relaxation 51

CHAPITRE III - CONTROLE DE LA FREQUENCE D'UN OSCILLATEUR A QUARTZ A PARTIR DE LA FREQUENCE DE TRANSITION HYPERFINE DE $^{199}Hg^{+}$

III-A. Description de l'asservissement 60

III-A.1. Principe de montage 60

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547318_0030

III-A.2. Fonction de transfert des éléments du système 61

III-A.3. Stabilité du système 65

III-A.4. Optimisation de la réponse 65

III-A.5. Dispositif électronique 66

III-B. Mesure de la stabilité de fréquence de l'oscillateur à quartz asservi 67

III-B.1. Conditions de fonctionnement 67

III-B.2. Principe de la mesure 68

III-B.3. Résultat 68

III-C. Discussion 68

III-C.1. Influence de la lumière diffusée 68

III-C.2. Influence des taux de relaxation 69

CONCLUSION 70

ANNEXE 1 72

ANNEXE 2 75

REFERENCES 79

REMERCIEMENTS

-:-:-:-:-:-

Cette thèse a été effectuée au Laboratoire de l'Horloge Atomique sous la direction de Monsieur AUDOIN que je remercie très vivement pour m'avoir accueillie dans son équipe et pour avoir assuré la direction scientifique de ce travail.

Monsieur le Professeur GRIVET, qui a toujours suivi avec intérêt les travaux de notre laboratoire, a accepté de présider le jury ; je l'en remercie sincèrement.

Je remercie Messieurs les Professeurs CAGNAC et WERTH qui ont également aimablement accepté de participer à ce jury.

Monsieur le Professeur SCHERMANN qui a été mon parrain de thèse en est le rapporteur. Je l'en remercie vivement.

J'exprime toute ma reconnaissance à Messieurs BARILLET DESAINTFUSCIEN, PETIT et VIENNET dont l'aide et la compétence m'ont permis de mener à bien cette expérience.

Je remercie Messieurs DUPONT, SALESSE, GREBER et GUITARD pour l'aide technique qu'ils m'ont apportée.

Le Laboratoire de Spectrométrie de Masse d'Orsay a fourni grâcieusement les isotopes de mercure nécessaires à cette expérience ; je le remercie vivement.

Les spécialistes de la Direction de Physique Générale de l'ONERA sous l'impulsion de Monsieur MOREAU, ont réalisé une partie de l'appareillage optique. Je leur adresse l'expression de ma vive reconnaissance.

Cette étude n'aurait pu être menée à son terme sans l'aide matérielle de la D.R.E.T. Que cet organisme soit assuré de ma gratitude.

Enfin, je remercie toute l'équipe du laboratoire pour la gentillesse qu'elle m'a toujours témoignée ainsi que Madame BOUVIER qui s'est chargée de la frappe de cette thèse avec beaucoup de patience.

INTRODUCTION

Nous avons utilisé la méthode, originale dans le domaine des étalons de fréquence, du confinement d'ions dans un champ électrique inhomogène radiofréquence pour étudier la résonance hyperfine d'ions $^{199}Hg^{+}$, à 40 GHz, et réaliser un oscillateur très stable, asservi sur la fréquence de cette résonance.

L'intérêt de l'application du confinement d'ions dans une trappe radiofréquence à des fins métrologiques a été mis en évidence pour la première fois par F. Major [1].

En effet les ions confinés ont un mouvement périodique dans la trappe d'amplitude comparable à la longueur d'onde des transitions hyperfréquences. Aussi, l'effet Doppler du premier ordre, associe à une transition microonde de fréquence f_o, un spectre comportant une raie centrale non élargie par cet effet, à la fréquence f_o, et des raies latérales distantes de celle-ci d'un multiple entier de la fréquence du mouvement des ions dans la trappe [2]. De plus le confinement élimine les effets de paroi et on doit donc s'attendre à observer des résonances très étroites et reproductibles.

Bien que le nombre d'ions confinés soit très faible (de l'ordre de 10^6), si on le compare au nombre d'atomes actifs dans les horloges atomiques à cellule actuelles (typiquement 10^{11}), nous avons pu observer la raie de structure hyperfine des ions mercure avec un rapport signal sur bruit suffisant pour réaliser un oscillateur dont les performances sont comparables à celles des étalons de fréquence au césium.

Le premier chapitre est consacré à l'étude théorique de l'expérience réalisée. Après avoir décrit le confinement des ions et l'obtention du signal résonnant à la fréquence hyperfine par une méthode de double résonance, nous construisons un modèle utilisant le formalisme de la matrice densité pour calculer l'intensité du signal en fonction des paramètres de l'expérience.

Nous en déduisons une valeur théorique de la stabilité de fréquence d'un oscillateur à quartz asservi sur la résonance hyperfine.

Dans le deuxième chapitre, nous décrivons l'observation de la résonance hyperfine des ions mercure confinés.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description du dispositif expérimental et notamment des solutions particulières adoptées pour observer le signal résonnant avec un bon rapport signal sur bruit, malgré le faible nombre d'ions confinés.

Dans la deuxième partie, nous exposons les mesures de fluorescence qui nous permettent d'une part d'observer le signal de résonance hyperfine et d'autre part de mesurer les diverses constantes de temps caractéristiques des phénomènes impliqués dans cette expérience.

Le troisième chapitre est consacré à la description de l'asservissement de la fréquence d'un oscillateur à quartz à partir de la fréquence de la résonance hyperfine des ions mercure. La valeur de la stabilité de fréquence de l'oscillateur asservi a été mesurée, elle confirme l'intérêt de ce type d'étalon.

CHAPITRE I

Description théorique

I - DESCRIPTION THEORIQUE

L'étalon de fréquence à ion mercure utilise la transition hyperfine $^2S_{1/2}$ F=0 m_F=0 $\leftrightarrow$ $^2S_{1/2}$ F=1 m_F=0 des ions $^{199}Hg^+$ stockés dans une trappe radiofréquence comme référence de fréquence. Dans ce chapitre nous en décrivons le principe d'où nous déduisons un modèle théorique qui permet l'évaluation de la stabilité de fréquence à moyen terme de cette horloge.

I - 1. CONFINEMENT DES IONS DANS UNE TRAPPE

Les ions sont confinés dans une trappe constituée de trois électrodes : un cylindre droit (diamètre $2r_o$=38mm) et deux chapeaux distants de $2z_o$=27mm (Fig. 1). Les électrodes permettent d'établir à l'intérieur de la trappe un champ électrique radiofréquence inhomogène [3] qui confine les ions pratiquement sans interaction avec le milieu ambiant pendant des temps de l'ordre de la seconde.

I - 1.1. *Mouvement des ions dans la trappe*

Le champ de confinement est créé lorsqu'une différence de potentiel $V=V_{DC}+V_{AC}$ cos Ωt est appliquée entre le cylindre et les chapeaux de la cage. Sous l'action de ce champ un ion, de charge et de masse données, sans vitesse initiale, décrit une trajectoire stable d'amplitude finie pour certaines valeurs de V_{DC}, V_{AC} et Ω.

Le mouvement des ions est alors la superposition d'un micromouvement de pulsation Ω et d'amplitude faible et d'un macromouvement à une pulsation ω plus petite que la pulsation Ω, de grande amplitude. Ce dernier mouvement dit mouvement séculaire se décompose dans un repère cylindrique

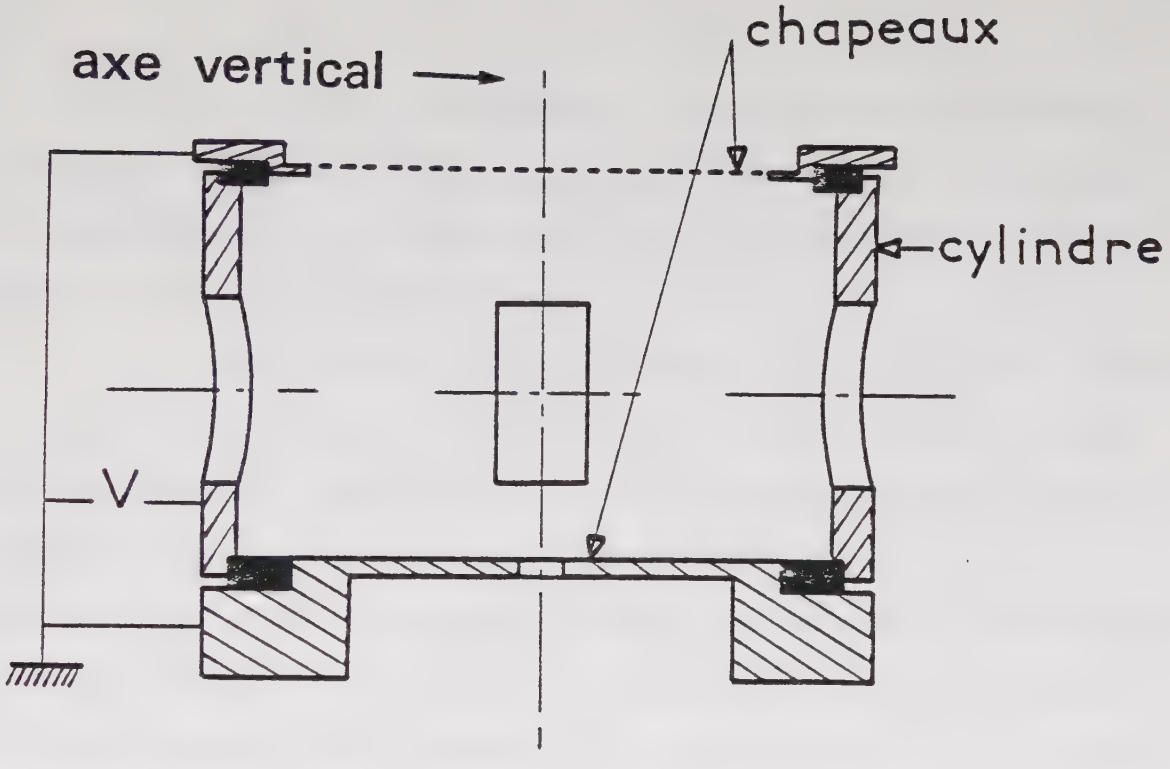

Figure 1 : Trappe cylindrique de confinement des ions $^{199}Hg^{+}$

r, θ, z en deux mouvements périodiques l'un en z de pulsation $\omega_z = \beta_z \frac{\Omega}{2}$, l'autre en r de pulsation $\omega_r = \beta_r \frac{\Omega}{2}$ (β_r et $\beta_z < 1$) qui donnent aux trajectoires suivies l'allure de figures de Lissajous [4] [5]. Le mouvement séculaire peut être décrit comme le mouvement d'un ion de masse m et de charge e dans un potentiel efficace qui est alors :

$$\phi_{eff} = \frac{1}{8} \frac{m\Omega^2}{e} (\beta_r^2 r_o^2 + \beta_z^2 z_o^2).$$

Il existe également des composantes aux pulsations qui diffèrent de ω d'un nombre entier de Ω. Leur amplitude est cependant très petite dans les conditions de nos expériences, qui sont toujours proches de la limite adiabatique [6] et nous les négligeons.

Sous l'action du seul champ radiofréquence un ion qui serait confiné à l'instant t le resterait indéfiniment. Les collisions des ions stockés avec des particules lourdes ont pour effet d'augmenter l'énergie cinétique moyenne des ions qui finissent par disparaître sur les électrodes. Il est donc nécessaire d'avoir une pression partielle de gaz résiduel suffisamment faible pour limiter ces collisions et obtenir des temps de vie assez grands. Plusieurs expériences ont déjà montré que dans des conditions d'ultra-vide des ions peuvent être stockés pendant des temps allant de la seconde [7] [8] à quelques heures [9] [10].

I - 1.2. *Conditions de confinement*

Les valeurs de V_{DC}, V_{AC} et Ω qui permettent de confiner un ion de masse m et de charge e données, de vitesse initiale nulle, dans une cage cylindrique de rayon r_o et de hauteur $2z_o$ ont été calculées numériquement [4]. Elles permettent de définir un diagramme de stabilité dans un repère où l'abcisse est $\chi = \frac{4e}{m} \frac{V_{AC}}{r_o^2 \Omega}$ et l'ordonnée $\alpha = -8 \frac{e}{m} \frac{V_{DC}}{r_o^2 \Omega^2}$ (Fig. 2). Ce

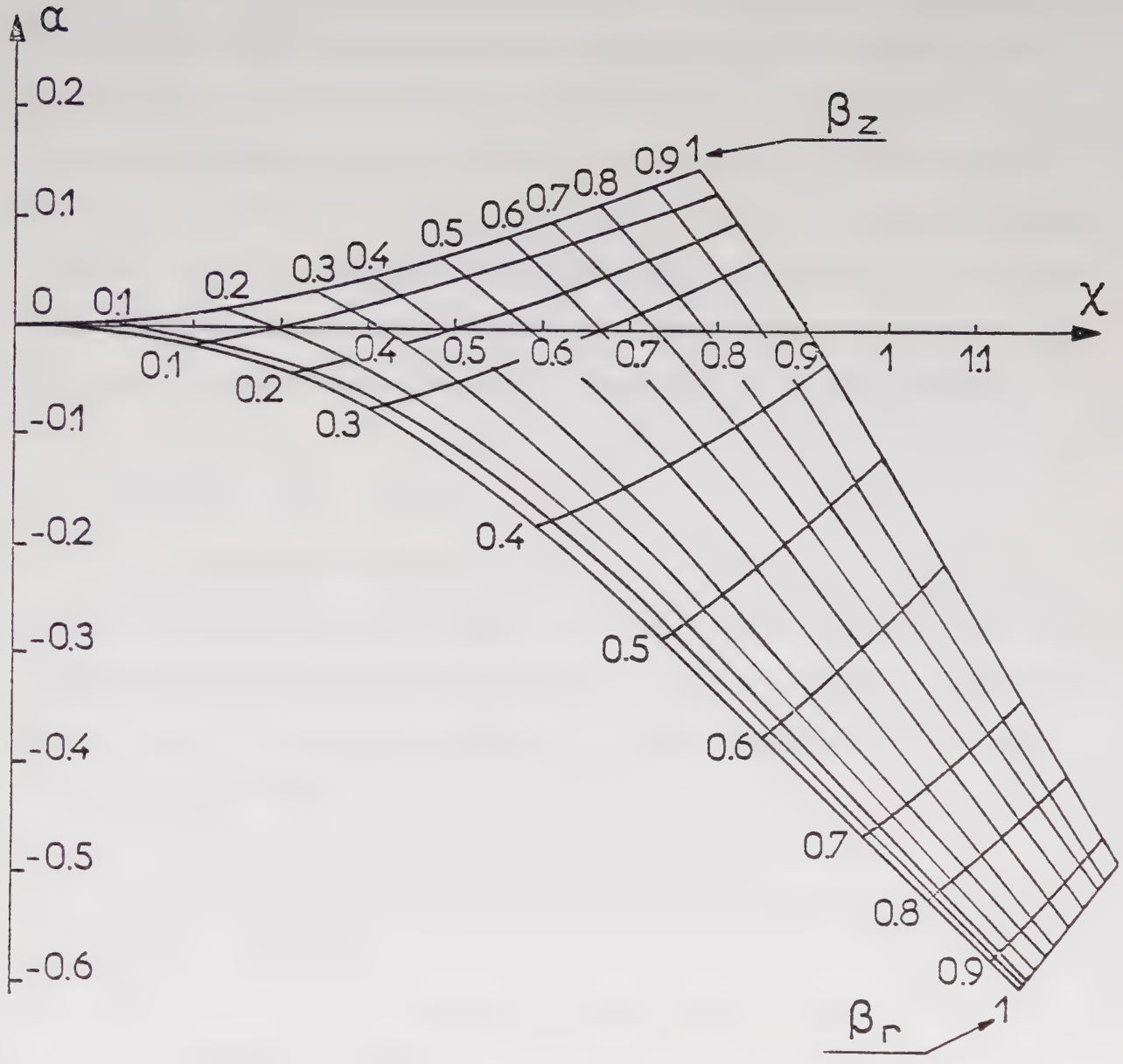

Figure 2 : Diagramme de stabilité des trajectoires des ions dans une trappe cylindrique de rayon r_o et de hauteur $2z_o$ telle que $r_o = \sqrt{2}\, z_o$ en fonction des paramètres $\alpha = -8eV_{DC}/mr_o^2\Omega^2$ et $\chi = -4eV_{AC}/mr_o^2\Omega^2$. Les ions, formés sans vitesse initiale, sont confinés dans la trappe pour des valeurs de α et χ comprises entre les courbes $\beta_r = 0$ et 1 et $\beta_z = 0$ et 1.

diagramme est limité par les courbes iso-β_r : β_r=0 et β_r=1 et iso-β_z : β_z=0 et β_z=1.

Le choix du point de fonctionnement sur ce diagramme est déterminé à partir de courbes isodensités établies expérimentalement pour le stockage d'ions B_a^+ dans le cas d'une cage hyperboloïde avec $r_o = z_o\sqrt{2}$ [10]. Comme les diagrammes de stabilité théoriques associés à la cage cylindrique où $r_o = z_o\sqrt{2}$ et à la cage hyperboloïde où $r_o = z_o\sqrt{2}$ sont pratiquement confondus [4], les conditions de fonctionnement sont voisines dans ces deux situations. Nous avons vérifié ensuite expérimentalement que le point ainsi déterminé correspond effectivement à un maximum de la densité ionique.

I - 1.3. *Energie des ions*

Il a été montré expérimentalement [10] que des ions stockés dans une cage de Paul ont une énergie moyenne qui est une fraction donnée (de l'ordre de $\frac{1}{10}$) du potentiel efficace de confinement. Dans nos conditions expérimentales qui sont voisines des conditions de cette expérience, les ions ont typiquement une énergie de 2 eV.

I - 1.4. *Influence du confinement sur la structure Doppler des raies microondes des ions stockés*

Les ions ayant un mouvement périodique dans la cage de pulsations ω_r, ω_z et d'amplitude comparable à la longueur d'onde des transitions hyperfines, l'effet Doppler du premier ordre produit un spectre constitué d'une raie centrale à la pulsation ω_o de l'ion non perturbé par l'effet Doppler du premier ordre, et de raies latérales dont les pulsations diffèrent de ω_o par un multiple entier de $\omega_{r,z}$ de l'ordre de 50 kHz [2]. La

largeur de ces raies est définie par le temps de vie utile des ions stockés et est de l'ordre de 10 Hz. Les raies latérales sont donc bien séparées ; leur amplitude relative dépend de l'énergie des ions [11].

Dans cette technique, l'élargissement par effet Doppler de la raie à la pulsation ω_o est donc absent et le facteur de qualité de la résonance est, en conséquence, remarquablement grand. C'est le cas pour la transition d'horloge $^2S_{1/2}$ F=0 m_F=0 $\leftrightarrow$ $^2S_{1/2}$ F=1 m_F=0 à 40,5 GHz. Cependant, un élargissement et un déplacement de fréquence résiduels apparaissent si le centre de gravité des points de création des ions diffèrent du centre de gravité des points de leur disparition. En outre, le déplacement de fréquence par effet Doppler du deuxième ordre subsiste comme dans tout étalon de fréquence atomique.

I - 2. OBSERVATION DE LA RESONANCE HYPERFINE DES IONS $^{199}Hg^+$

Pour observer la transition hyperfine des ions $^{199}Hg^+$ à 40,5 GHz nous utilisons la technique de double résonance initialement décrite par Brossel et Bitter [12] en profitant d'une coïncidence entre les écarts d'énergie des isotopes de mercure de masse 199 et 202 qui permet d'exciter sélectivement la transition optique $^2S_{1/2}$ F=1 $\rightarrow$ $^2P_{1/2}$ F=0,1 de l'ion $^{199}Hg^+$.

I - 2.1. *Niveaux d'énergie des isotopes $^{199}Hg^+$ et $^{202}Hg^+$*

L'ion mercure possède deux répartitions différentes des électrons sur les deux dernières couches peuplées correspondant à n=5 et n=6. Dans l'une, il y a 10 électrons sur la couche 5 et un seul électron sur la couche 6, les premiers niveaux sont alors $5d^{10}$ 6s $^2S_{1/2}$, $5d^{10}$ 6p $^2P_{1/2}$, $5d^{10}$ 6p $^2P_{3/2}$ .... Dans l'autre configuration, il n'y a que 9 électrons sur la couche 5 et deux électrons sur la couche 6, les premiers niveaux

associés sont $5d^9\ 6s^2\ ^2D_{5/2}$, $5d^9\ 6s^2\ ^2D_{3/2}$, ... (Fig. 3). Le rapport de branchement des transitions $5d^{10}\ 6p\ ^2P_{3/2} \rightarrow 5d^{10}\ 6s\ ^2S_{1/2}$ et $5d^{10}\ 6p\ ^2P_{3/2} \rightarrow 5d^9\ 6s^2\ ^2D_{5/2}$ a été mesuré, il vaut 350 [13], il montre que l'interaction entre les deux configurations est probablement très faible. En conséquence, comme nous excitons la transition optique $5d^{10}\ 6s\ ^2S_{1/2} \rightarrow 5d^{10}\ 6p\ ^2P_{1/2}$, nous négligeons la désexcitation empruntant la voie $5d^{10}\ 6p\ ^2P_{1/2} \rightarrow 5d^9\ 6s^2\ ^2D_{3/2}$.

L'isotope de mercure de masse 199 possède un spin nucléaire $\frac{1}{2}$ qui introduit une structure hyperfine. Ainsi au niveau fondamental $^2S_{1/2}$ correspondent deux niveaux hyperfins F=0 et F=1 écartés de 40,5 GHz [14] [15], au premier niveau excité $^2P_{1/2}$ correspondent deux niveaux hyperfins écartés de 6,9 GHz [16].

L'isotope de masse 202 ayant un spin nucléaire nul n'a pas de structure hyperfine.

La fréquence de la transition $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ de l'ion de masse 202 diffère de -3,21 GHz de celle de la transition $^2S_{1/2}$ F=1 $\leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ F=1 de l'ion de masse 199 et de +3,75 GHz de celle de la transition $^2S_{1/2}$ F=1 $\leftrightarrow 2P_{1/2}$ F=0 [16]. (Fig 4)

Ainsi la radiation résonnante à 194,2 nm correspondant à la transition entre les niveaux $^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ de l'ion $^{202}Hg^+$ peut être absorbée sélectivement par les ions $^{199}Hg^+$ dans l'état F=1. En effet, la largeur Doppler des raies optiques d'absorption des ions confinés est bien plus grande que les écarts précédents mais ne permet cependant pas d'exciter la transition $^2S_{1/2}$ F=0 $\rightarrow {}^2P_{1/2}$ F=1.

Un champ magnétique directeur lève la dégénérescence des niveaux F=1 qui se scindent en trois sous niveaux Zeeman . La transition d'horloge qui nous intéresse a lieu entre les sous-niveaux hyperfins F=0 m_F=0 et F=1 m_F=0 de l'état fondamental.

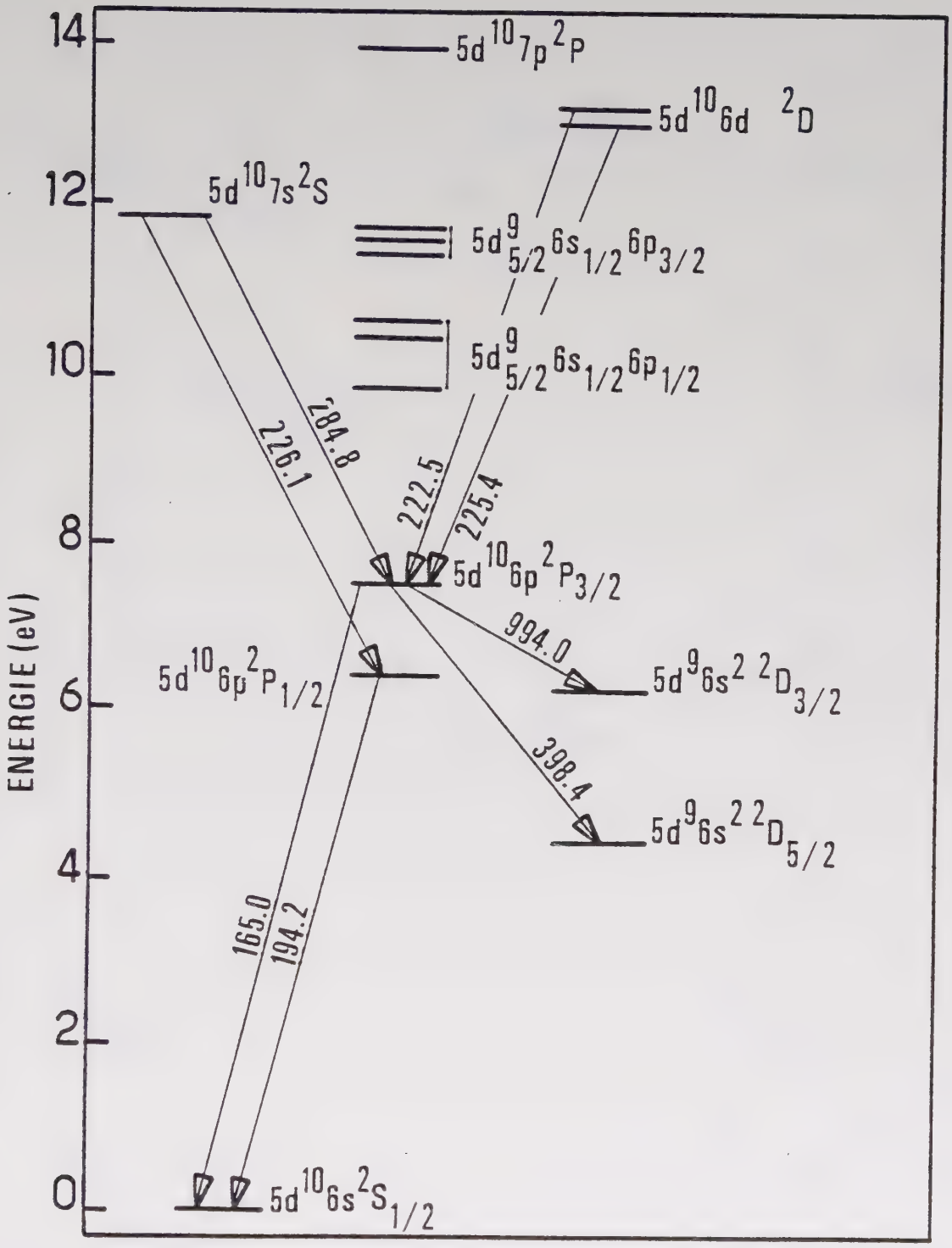

Figure 3 : Niveaux d'énergie de l'ion mercure

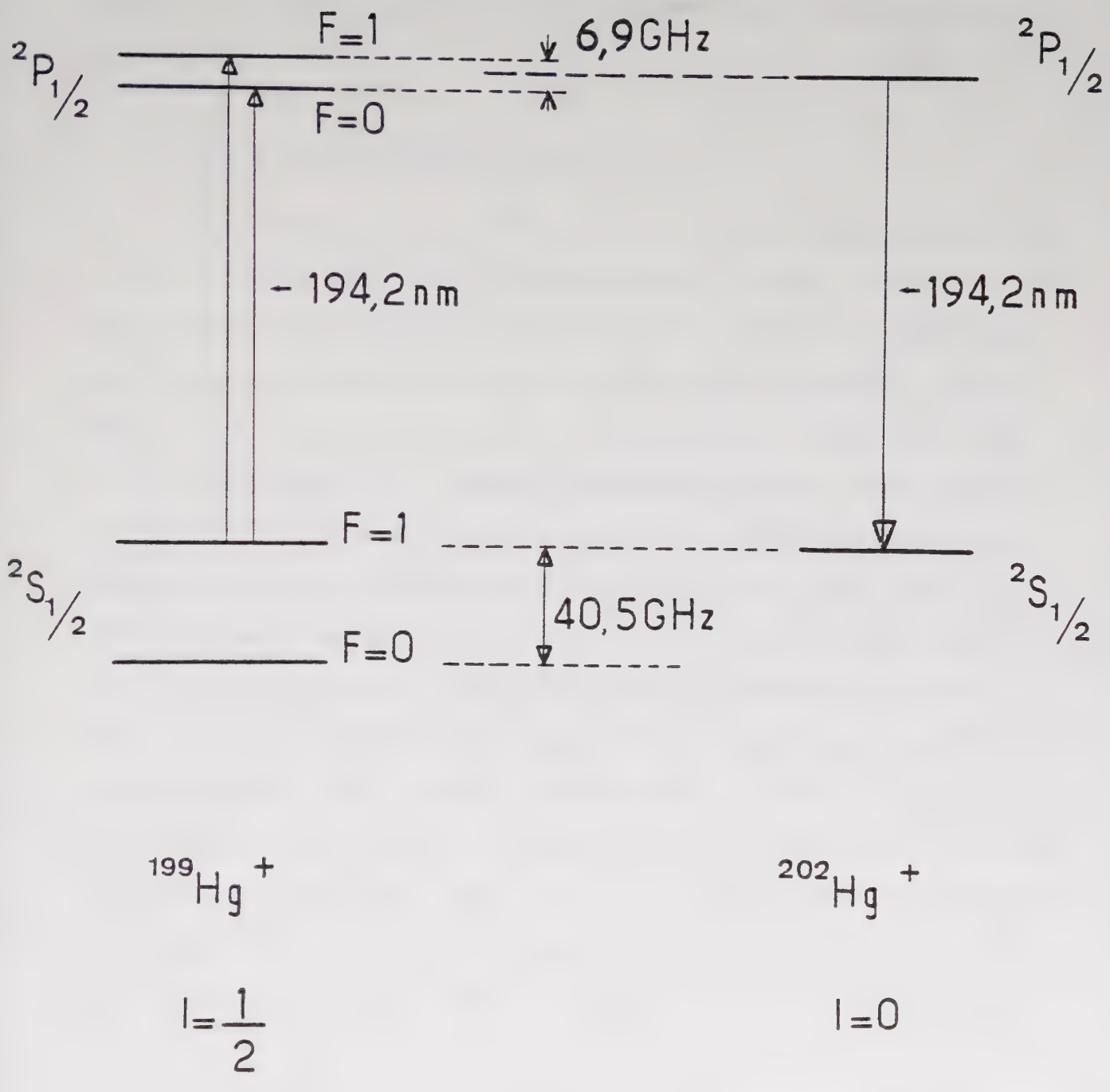

Figure 4 : Niveaux hyperfins de l'ion $^{199}Hg^+$ comparés aux niveaux de l'ion $^{202}Hg^+$

Il faut noter l'avantage de la simplicité de cette configuration par rapport à celles du césium ou du rubidium où les niveaux hyperfins Zeeman de l'état fondamental et du premier état excité sont beaucoup plus nombreux.

I -2.2. *Cycle de pompage optique* [17]

Si on irradie les ions $^{199}Hg^{+}$ confinés dans une trappe radiofréquence par la lumière émise par une lampe contenant l'isotope de masse 202, ils sont excités dans l'état $^{2}P_{1/2}$ et se désexcitent ensuite très rapidement vers les deux niveaux hyperfins F=1 et F=0 de l'état fondamental. On dépeuple ainsi le niveau F=1 au profit du niveau F=0. Le dépeuplement sera d'autant plus rapide que l'intensité lumineuse de pompage sera grande. Il pourra être observé en mesurant l'intensité de la lumière de fluorescence, celle-ci est en effet proportionnelle au nombre d'ions dans l'état $^{2}S_{1/2}$ F=1. Bien que la lumière de fluorescence soit à la même longueur d'onde que la lumière de pompage, qui ne peut donc être atténuée sélectivement dans la voie de détection, nous ne mesurons pas la résonance hyperfine par absorption de la lumière incidente contrairement à ce qui est réalisé dans les horloges à Rubidium [18]. En effet, la densité du milieu actif est très différente dans notre cas puisqu'elle est 10^{5} fois plus petite : on confine typiquement 10^{6} ions [19] dans la cage quadrupolaire alors que la densité des atomes est de 2.10^{11} cm^{-3} dans la cellule d'une horloge à rubidium [18].

En conséquence, le rapport signal sur bruit sera plus grand en mesurant la fluorescence sur fond noir plutôt qu'une très faible absorption sur un fond lumineux intense.

Nous verrons qu'il est possible, grâce à un taux de réjection du faisceau de pompage dans la voie de détection élevé , d'observer la résonance hyperfine avec un bon rapport signal sur bruit.

I -2.3. *Résonance hyperfréquence*

La résonance hyperfine entre les deux niveaux F=0 m_F=0 et F=1 m_F=0 de l'état fondamental est alors détectée en irradiant les ions par un rayonnement microonde dont la fréquence est voisine de celle de la transition hyperfine. A résonance, la population de ces deux niveaux tend à s'égaliser et on observe donc un accroissement du signal de fluorescence.

I - 3. CALCUL DU SIGNAL DE RESONANCE

Le signal de résonance est calculé en utilisant le formalisme de la matrice densité d'une manière similaire à celle développée par Vanier [20] dans le cas des horloges à rubidium. Les différentes causes de variation de la matrice densité sont analysées séparément puis regroupées en une équation globale [21] dont la résolution en régime permanent donne l'intensité et la forme du signal résonnant.

I - 3.1. *Matrice densité représentant le système physique*

Nous supposons que les ions sont créés avec une égale probabilité dans les quatre sous-niveaux de l'état fondamental, qui sont séparés par un champ magnétique directeur de faible intensité.

Les ions absorbent les photons du faisceau de pompage à un taux proportionnel à l'intensité du faisceau lumineux, de l'ordre de quelques s^{-1} pour les lampes à décharge que nous utilisons. La probabilité d'émission spontanée à partir de l'état excité est $0{,}25\ 10^9\ s^{-1}$ [22] et donc très grande par rapport au taux d'absorption. Aussi le temps passé en moyenne par un ion dans l'état $^2P_{1/2}$ est beaucoup plus faible que celui passé dans l'état $^2S_{1/2}$. Nous supposerons donc qu'à chaque instant la quasi totalité

des ions est dans l'état fondamental $^2S_{1/2}$.

Ce système physique sera donc représenté par une matrice densité ρ de dimension 4×4. Les éléments diagonaux, ρ_{ii}, de cette matrice représentant les populations normalisées des 4 niveaux Zeeman hyperfins. On a :

$$\sum_{i=1}^{4} \rho_{ii} = 1.$$

Les éléments non diagonaux, $\rho_{ii'}$, avec $i \neq i'$, représentent la cohérence existant entre les états i et i'.

Les niveaux impliqués sont numérotés de la manière suivante :

1 : niveau F=0 m_F=0

2 : niveau F=1 m_F= -1

3 : niveau F=1 m_F=0

4 : niveau F=1 m_F=1 .

Les différents phénomènes responsables de l'évolution de la matrice densité sont les suivants :

- la création et la disparition des ions caractérisés par $(\frac{d\rho}{dt})_{séj}$
- le pompage optique caractérisé par la contribution $(\frac{d\rho}{dt})_{p.o.}$
- la perturbation microonde caractérisée par $(\frac{d\rho}{dt})_{\mu.o.}$ qui introduit une cohérence entre les niveaux 1 et 3.

Les seuls éléments non diagonaux différents de zéro sont donc ρ_{31} et ρ_{13} avec $\rho_{31}=\rho_{13}^*$

- les autres causes de relaxation caractérisés par $(\frac{d\rho}{dt})_{rel.}$.

La loi de variation temporelle de la matrice densité s'écrit alors :

$$\frac{d\rho}{dt} = (\frac{d\rho}{dt})_{séj.} + (\frac{d\rho}{dt})_{p.o.} + (\frac{d\rho}{dt})_{\mu.o.} + (\frac{d\rho}{dt})_{rel.}$$

Nous étudions séparément chacun de ces termes.

- Variation temporelle de la matrice densité due au temps de séjour fini des ions dans la cage quadrupolaire

A chaque instant le faisceau d'électrons crée un flux I_o d'ions qui se répartissent également entre les quatre niveaux Zeeman du fondamental. Simultanément, des ions disparaissent au taux γ_s qui est l'inverse du temps de confinement τ_s des ions.

On peut donc écrire

$$\left(\frac{d\rho_{ii}}{dt}\right)_{\substack{\text{séj.} \\ i=1,2,3,4}} = -\gamma_s \rho_{ii} + \frac{I_o}{4n} \qquad (1)$$

où n est le nombre total d'ions stockés.

- Variation temporelle due au pompage optique

Nous calculons le cycle de pompage optique en tenant compte des probabilités d'absorption des photons incidents et d'émission des photons de fluorescence entre les différents états des ions.

Absorption du rayonnement

Nous utilisons pour évaluer ses effets, le formalisme développé par J.P. Barrat et C. Cohen-Tannoudji [23] que nous adaptons pour tenir compte des conditions particulières de notre problème :

* Le spectre d'absorption est très élargi par l'agitation thermique des ions.

  Nous avons vu au paragraphe I-1.3 que cette énergie est de l'ordre de 2eV, ce qui correspond à un élargissement Doppler $\Delta\nu_D$ égal à 12 GHz environ pour les raies d'absorption dont le profil $k(\nu)$ est donné par :

$$k(\nu) = k_o \, e^{-2\left(\frac{\nu-\nu_o}{\Delta\nu_D}\right)\sqrt{\ln 2}} \qquad [24]$$

  où k_o est le coefficient d'absorption à la résonance.

*La largeur de la raie d'excitation, estimée à partir de la température de la lampe à 1,3 GHz peut être négligée devant la largeur des raies d'absorption et la source peut être considérée comme monochromatique.

*On ne peut négliger l'écart hyperfin de l'état excité (6,9 GHz) devant la largeur Doppler des raies d'absorption. Puisque la fréquence ν_L de la raie excitatrice est approximativement égale à la demi-somme des fréquences des deux raies d'absorption, les ions voient des intensités lumineuses égales aux fréquences correspondant aux transitions $^2S_{1/2}$ F=1 → $^2P_{1/2}$ F=1 et $^2S_{1/2}$ F=1 → $^2P_{1/2}$ F=0. **
Le coefficient d'absorption est alors donné par :

$$\frac{k(\nu)}{k_o} = 0,9$$

L'écart important (3,5 GHz) entre la fréquence de la raie excitatrice ν_L et les deux fréquences d'absorption est donc heureusement compensé par l'énergie élevée des ions.

Effet sur les éléments diagonaux

Le faisceau lumineux de pompage induit des transitions dipolaires électriques entre les niveaux Zeeman hyperfins des états $^2S_{1/2}$ et $^2P_{1/2}$ à des taux qui dépendent d'une part de l'intensité du faisceau de pompage et d'autre part de la force d'oscillateur de la transition optique $^2S_{1/2}$ et $^2P_{1/2}$ et des probabilités relatives de transition dipolaire électrique entre les niveaux Zeeman impliqués.

** Remarque : Il pourrait être intéressant de déplacer la fréquence de l'excitation vers la fréquence de la transition $^2S_{1/2}$ F=1 → $^2P_{1/2}$ F=1 car seule cette transition participe réellement au pompage optique. En effet, les ions effectuant la transition $^2S_{1/2}$ F=1 → $^2P_{1/2}$ F=0 ne peuvent que revenir dans l'état $^2S_{1/2}$ F=1 initial, la transition $^2P_{1/2}$ F=0 → $^2S_{1/2}$ F=0 étant interdite.

Ces niveaux Zeeman seront représentés par les vecteurs $|i\rangle$ et $|e\rangle$ respectivement pour les états $^2S_{1/2}$ et $^2P_{1/2}$. Les probabilités relatives de transition entre les états i et e sont alors égales à $\frac{|\langle e|D|i\rangle|^2}{\Sigma_{ei}|\langle e|D|i\rangle|^2}$ où D est un opérateur sans dimension proportionnel au moment dipolaire électrique de l'ion. Comme le montre le calcul en annexe, toutes ces probabilités sont égales pour celles qui sont permises. Nous normons les éléments de matrice de D à l'unité. Le diagramme de Grotrian tracé sur la figure 5 résume ces résultats. Finalement la lumière de pompage n'étant pas polarisée toutes les transitions permises entre les sous-niveaux F=1 de l'état fondamental et les sous-niveaux de l'état $^2P_{1/2}$ sont induites au même taux Γ_p, alors que le niveau F=0 de l'état fondamental n'est pas affecté par la lumière de pompage.

On a donc par absorption du rayonnement optique :

$$\left(\frac{d\rho_{ii}}{dt}\right)^{(1)}_{i=2,3,4} = -3\,\Gamma_p\,\rho_{ii}$$

puisque trois transitions sont possibles à partir de chaque niveau de l'état $^2S_{1/2}$ vers l'état $^2P_{1/2}$.

Γ_p est proportionnel à l'intensité de la lumière de pompage vue par les ions et à la force d'oscillateur f de la transition optique $^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$. Si $\mathcal{N}$ est le flux de photons incidents exprimé en nombre de photons par m^2 et par s, on a [24] [25]

$$3\Gamma_p = \frac{k(\nu_L)}{k_o}\,\frac{2}{\Delta\nu_D}\,\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}\,\frac{e^2}{4\varepsilon_o mc}\,f\,\mathcal{N}$$

On en déduit donc pour une largeur Doppler typique $\Delta\nu_D$ = 12 GHz :

$$\Gamma_p = 10^{-17}\,\mathcal{N}$$

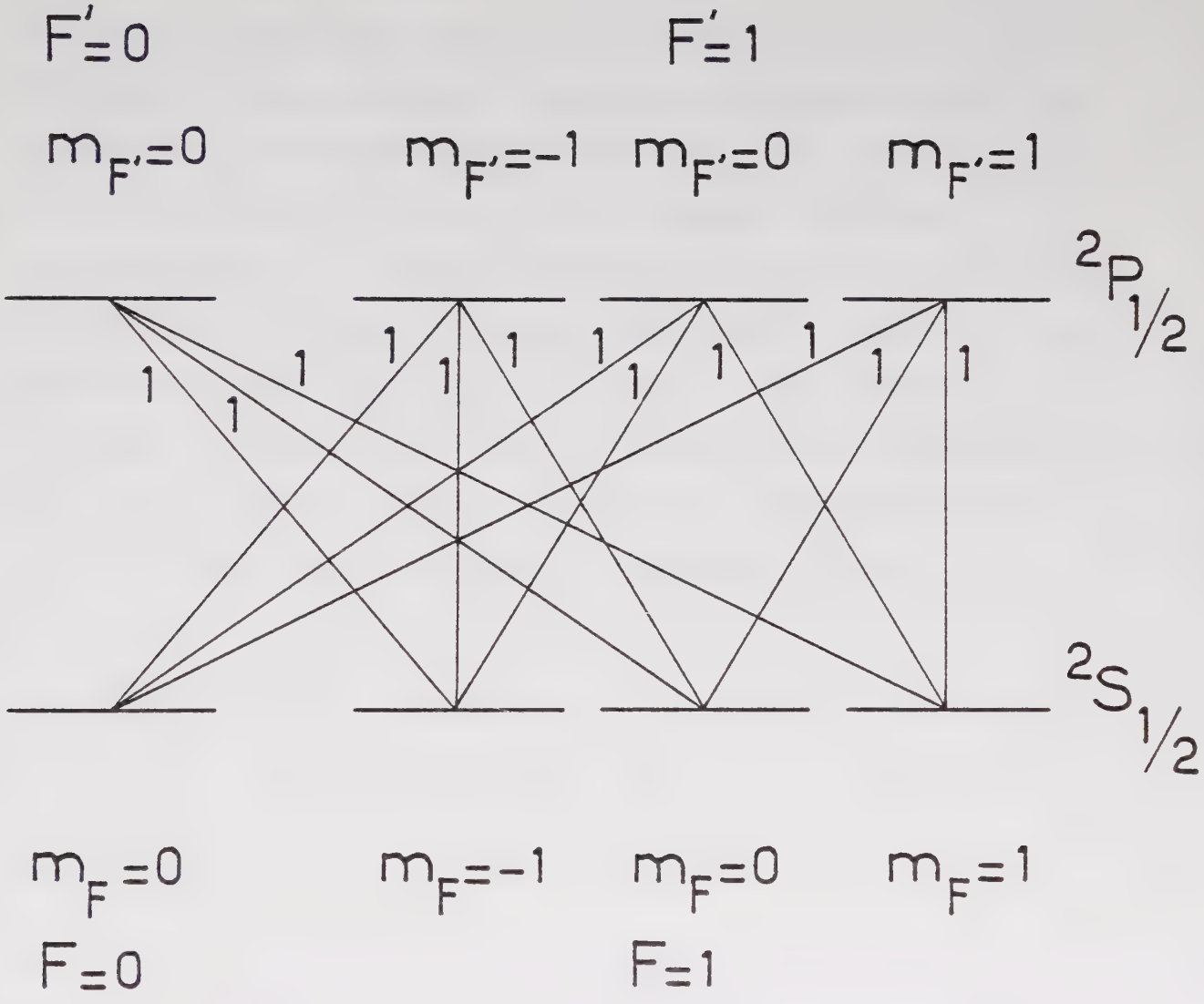

Figure 5 : Diagramme de Grotrian associé aux états $^2P_{1/2}$ et $^2S_{1/2}$ de l'ion $^{199}Hg^+$.

Effet sur les cohérences

A chacune des trois transitions issues du niveau $^2S_{1/2}$ F=1 m_F=0 est associée une variation temporelle des éléments de matrice ρ_{13} de la forme [23] :

$$\left(\frac{d^{(1)}\rho_{13}}{dt}\right)_k = -\left(\frac{\Gamma_p}{2} + j\Delta E_k\right)\rho_{13}$$

où l'indice k caractérise chacune des trois transitions et où ΔE_k est le déplacement du niveau associé à l'absorption du rayonnement lorsque l'excitation n'est pas résonnante (light-shift). ΔE_k varie avec l'écart entre la fréquence de l'onde incidente ν_L et la fréquence de résonance ν_o en suivant une courbe de dispersion. Nous avons vu précédemment que cet écart est positif pour les trois transitions aboutissant au niveau $^2P_{1/2}$ F=0, négatif pour les six autres, sa valeur absolue est approximativement la même pour les neuf transitions. Si l'on appelle δ_ℓ la valeur absolue de ΔE_k, l'effet global de la lumière de pompage sur le niveau 3 est la somme des contributions des trois transitions impliquées, on a donc :

$$\sum_k \Delta E_k = -\delta_\ell$$

ce qui permet d'écrire :

$$\frac{d^{(1)}\rho_{13}}{dt} = -\left(\frac{3}{2}\Gamma_p - j\delta_\ell\right)\rho_{13}$$

δ_ℓ s'exprime en fonction de Γ_p par la relation [26] :

$$\delta_\ell = \frac{\nu_L - \nu_o}{\Delta\nu_D}\Gamma_p$$

Comme $\Delta\nu_D$ = 12 GHz et $\nu_L - \nu_o$ = 3,5 GHz, on a :

$$\delta_\ell = 0{,}3\ \Gamma_p$$

Cette estimation du "light-shift" correspond à un déplacement relatif de fréquence de $5\ 10^{-12}$ dans nos conditions de fonctionnement où $\Gamma_p = 3{,}9\ s^{-1}$. (cf 2ème partie).

Retour à l'état fondamental

Effet sur les éléments diagonaux

On calcule simplement le repeuplement des niveaux 1, 2, 3 et 4 en supposant que tous les ions qui ont été excités retournent quasi-instantanément à l'état fondamental en suivant les règles de sélection regroupées dans le diagramme de Grotrian (Fig. 5). Cette hypothèse est totalement justifiée dans notre cas où la densité du milieu est très faible et où la relaxation ne mélange pas les états excités. La contribution de cet effet sur la matrice densité est donc :

$$\left.\frac{d^{(2)}\rho_{ii}}{dt}\right|_{i=2,3,4} = \frac{\Gamma_p}{3}\,\rho_{ii} + \frac{2\Gamma_p}{3}\,(1-\rho_{11})$$

$$\frac{d^{(2)}\rho_{11}}{dt} = \frac{2\Gamma_p}{3}\,(1-\rho_{11})$$

Cette dernière équation montre que la variation temporelle de la population du niveau 1 sous l'effet du pompage optique augmente proportionnellement à la somme des populations des niveaux 2, 3 et 4. Le coefficient de proportionnalité, $\frac{2\Gamma_p}{3}$, traduit l'efficacité globale du pompage optique, nous l'écrirons maintenant γ_p. On a donc

$$\gamma_p = \frac{2\Gamma_p}{3} \quad .$$

Effet sur les cohérences

En retournant vers l'état fondamental les ions transfèrent une partie de la cohérence qui existait entre les états 1 et 3 suivant l'expression :

$$\frac{d^{(2)}\rho_{13}}{dt} = \frac{\Gamma_p}{3} \sum_{e\,e'} \frac{|\langle 1|D|e\rangle|^2 |\langle e'|D|3\rangle|^2}{1+j\,\Gamma^{-1}(\omega_{e\,e'}-\omega_{13})}\,\rho_{13} \qquad (2)$$

où Γ^{-1} est le temps de vie de l'état excité $^2P_{1/2}$, $\omega_{e\,e'}$ la pulsation de la transition $e \leftrightarrow e'$ et ω_{13} la pulsation de la transition $1 \leftrightarrow 3$ ($\frac{\omega_{13}}{2\pi}$ = 40,5 GHz). Γ^{-1} est de l'ordre de 4ns [22]. Cette expression est l'application de l'équation III-10 de la référence (23) à notre cas où le dénominateur ne peut être sorti du coefficient $B^{\mu\,\mu'}_{\mu''\mu'''}$ défini dans la même référence (équation III-11).

La partie réelle positive du membre de droite de cette expression représente un rétrécissement de la raie de résonance hyperfine (transfert de cohérence), sa partie imaginaire un déplacement de celle-ci.

Comme ω_{13} est toujours différent de $\omega_{e\,e'}$ quels que soient e et e' et que cette différence est toujours beaucoup plus grande que Γ, le module du dénominateur de l'équation (2) est toujours beaucoup plus grand que 1.

Nous avons de plus, compte tenu de la définition des éléments de matrice de D :

$$\frac{\Gamma_p}{3} \sum_{e\,e'} |\langle 1|D|e\rangle|^2 |\langle e'|D|3\rangle|^2 = 3\Gamma_p \ .$$

Le facteur multiplicatif de ρ_{13} dans l'expression (2) est donc toujours beaucoup plus petit que $3\Gamma_p$. La contribution du processus d'émission spontanée est donc négligeable par rapport à la contribution du processus d'absorption aussi bien pour l'élargissement que pour le déplacement de la raie.

Effet global du pompage optique

Cet effet est la somme des effets associés à l'absorption et à l'émission des photons d'où les expressions :

$$\left(\frac{d\,\rho_{ii}}{dt}\right)_{\substack{p.o. \\ i=2,3,4}} = -4\gamma_p\,\rho_{ii} + \gamma_p\,(1-\rho_{11})$$

$$\left(\frac{d\rho_{11}}{dt}\right)_{p.o.} = \gamma_p\,(1-\rho_{11})$$

$$\left(\frac{d\rho_{13}}{dt}\right)_{p.o.} = -\left(\frac{9}{4}\,\gamma_p - j\delta_\ell\right)\rho_{13}$$

Variation temporelle de la matrice densité due à la relaxation entre les niveaux hyperfins

Soient γ_1 et γ_2 les taux de relaxation longitudinale et transversale entre les niveaux de l'état fondamental, associés aux phénomènes de relaxation autres que le pompage optique et la disparition des ions. Les collisions ions-atomes de mercure sont les causes prédominantes de ces relaxations. En effet, lors de ces collisions il y a échange de charge entre particules avec une section efficace importante $\sigma=3\ 10^{-14}\ cm^2$ [27]. C'est ainsi que pour une pression partielle de mercure de 10^{-6} Pa, qui correspond à environ $n_a=3\ 10^8$ atomes de mercure par cm^3 et une vitesse quadratique moyenne des ions $v=2\ 10^5\ cm\times s^{-1}$ qui correspond à une énergie de 2 eV, un ion échange sa charge avec un atome à un taux qui est :

$$n_a\ \sigma\ v = 1{,}8\ s^{-1}.$$

Il faudra donc que le taux de pompage soit suffisamment grand pour compenser cet effet.

Les collisions d'échange de spin entre ions, les collisions des ions sur des atomes et molécules du gaz résiduel, l'inhomogénéité du champ magnétique, l'effet Stark, l'élargissement résiduel par effet Doppler constituent d'autres sources de relaxation.

L'effet des relaxations tend à égaliser les densités de population. En supposant une relaxation uniforme de la population des niveaux Zeeman au taux γ_1 on a :

$$\left(\frac{d\rho_{ii}}{dt}\right)_{\substack{rel. \\ i=1,2,3,4}} = -\gamma_1 \left(\rho_{ii} - \frac{1}{4}\right)$$

les phénomènes de relaxation produisent également une perte de cohérence de telle sorte que les éléments non diagonaux, évoluent exponentiellement vers 0 avec le taux γ_2 :

$$\left(\frac{d\rho_{13}}{dt}\right)_{rel.} = -\gamma_2 \rho_{13} \cdot$$

- Variation temporelle de la matrice densité due à l'irradiation microonde à 40,5 GHz

Si $\frac{\omega}{2\pi}$ est la fréquence de l'onde qui irradie les ions, H_z l'amplitude de son champ magnétique et $\frac{\omega_o}{2\pi}$ la fréquence de la transition hyperfine qui a lieu entre les niveaux 1 et 3 on a [21] :

$$\left(\frac{d\rho_{11}}{dt}\right)_{\mu.o.} = b\ I_m\ (\rho_{31}\ e^{-j\omega t})$$

$$\left(\frac{d\rho_{33}}{dt}\right)_{\mu.o.} = -b\ I_m\ (\rho_{31}\ e^{j\omega t})$$

$$\left(\frac{d\rho_{31}}{dt}\right)_{\mu.o.} = j\omega_o\ \rho_{31} - \frac{ib}{2}\ (\rho_{11} - \rho_{33})\ e^{j\omega t}$$

où b, amplitude réduite du champ magnétique microonde est donné par

$$b = \mu_o\ H_z/h$$

où μ_o est le magnéton de Bohr. Le processus de résonance magnétique tend à égaliser la population des niveaux 1 et 3 et introduit une cohérence entre ces deux niveaux.

Evolution globale de la matrice densité

La variation à chaque instant des populations et des cohérences du système se traduit donc par l'ensemble des équations différentielles couplées suivant :

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = \gamma_s(\frac{1}{4} - \rho_{11}) + \gamma_p(1-\rho_{11}) - \gamma_1(\rho_{11} - \frac{1}{4}) + bI_m(\rho_{31}\ e^{-j\omega t}) \qquad (3)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = \gamma_s(\frac{1}{4} - \rho_{22}) - 4\gamma_p\ \rho_{22} + \gamma_p(1-\rho_{11}) - \gamma_1(\rho_{22} - \frac{1}{4}) \qquad (4)$$

$$\frac{d\rho_{33}}{dt} = \gamma_s(\frac{1}{4} - \rho_{33}) - 4\gamma_p\ \rho_{33} + \gamma_p(1-\rho_{11}) - \gamma_1(\rho_{33} - \frac{1}{4}) - bI_m(\rho_{31}\ e^{j\omega t}) \qquad (5)$$

$$\frac{d\rho_{44}}{dt} = \gamma_s(\frac{1}{4} - \rho_{44}) - 4\gamma_p\ \rho_{44} + \gamma_p(1-\rho_{11}) - \gamma_1(\rho_{44} - \frac{1}{4}) \qquad (6)$$

$$\frac{d\rho_{31}}{dt} = \gamma_s\ \rho_{31} - \frac{9}{4}\gamma_p\ \rho_{31} - \gamma_2\ \rho_{31} + j\omega_o\ \rho_{31} - \frac{jb}{2}(\rho_{11} - \rho_{33})e^{j\omega t} \qquad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{4} \rho_{ii} = 1 \qquad (8)$$

Les équations 4 et 6 montrent que les populations des niveaux 2 et 4 suivent la même loi et auront même densité si ces niveaux sont également peuplés initialement, ce que nous supposerons réalisé. On a donc :

$$\rho_{22} = \rho_{44}$$

les déplacements de fréquence associés aux diverses perturbations (pompage optique, effet Stark, effet Doppler, champ directeur, ...) sont inclus dans la valeur $\frac{\omega_o}{2\pi}$ de la fréquence hyperfine.

I - 3.2. *Solution du système en régime permanent*

La résolution du système précédent (équations 3 à 8) en régime permanent permet de calculer le nombre d'ions n(F=1) dans l'état $^2S_{1/2}$ F=1 par la relation :

$$n(F=1) = n(\rho_{22}+\rho_{33}+\rho_{44}) = n(1-\rho_{11}) \qquad (9)$$

d'où l'on déduit finalement l'intensité I du signal de fluorescence mesuré.

Nombre d'ions dans l'état $^2S_{1/2}$ F=1 en régime permanent

A l'équilibre la population de chacun des niveaux est constante d'où :

$$\left(\frac{d\rho_{ii}}{dt}\right)_{i=1,2,3,4} = 0$$

le nombre total d'ions n est constant et égal à $\frac{I_o}{\gamma_s}$ d'après l'équation (1).

Dans ces conditions, on peut également poser $\rho_{31} = ae^{j\omega t}$ où a est une constante. L'équation 7 devient alors :

$$[j(\omega-\omega_o) + \gamma_s + \frac{9}{4}\gamma_p + \gamma_2]\,\rho_{31} = -j\,\frac{b}{2}\,(\rho_{11}-\rho_{33})e^{j\omega t}$$

soit en posant,

$$\Gamma_2 = \gamma_s + \frac{9}{4}\gamma_p + \gamma_2 \qquad (10)$$

$$\rho_{31}\, e^{-j\omega t} = -\frac{ib}{2}\,\frac{\rho_{11}-\rho_{33}}{\Gamma_2+j(\omega-\omega_o)}$$

et puisque $\rho_{11}-\rho_{33}$ est réel

$$I_m\,\rho_{31}\, e^{-j\omega t} = -\frac{b}{2}\,\frac{\Gamma_2^{\,2}}{\Gamma_2^{\,2}+(\omega-\omega_o)^2}$$

En reportant cette valeur dans les équations 3 et 5 et en posant :

$$\Gamma_1 = \gamma_s + \gamma_p + \gamma_1 \tag{11}$$

on obtient le système suivant :

$$\Gamma_1 \rho_{11} = \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{4} - \frac{b^2}{2}\frac{\Gamma_2}{\Gamma_2^2+(\omega-\omega_o)^2}(\rho_{11}-\rho_{33}) \tag{12}$$

$$(\Gamma_1+3\gamma_p)\rho_{22} = \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{4} - \gamma_p \rho_{11} \tag{13}$$

$$(\Gamma_1+3\gamma_p)\rho_{33} = \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{4} - \gamma_p \rho_{11} + \frac{b^2}{2}\frac{\Gamma_2}{\Gamma_2^2+(\omega-\omega_o)^2}(\rho_{11}-\rho_{33}) \tag{14}$$

$$\rho_{11} + 2\rho_{22} + \rho_{33} = 1 \tag{15}$$

Ce système est résolu de la manière suivante : la différence entre les équations 12 et 14 donne :

$$\Gamma_1 \rho_{11} - (\Gamma_1+3\gamma_p)\rho_{33} = \gamma_p \rho_{11} - b^2\frac{\Gamma_2}{\Gamma_2^2+(\omega-\omega_o)^2}(\rho_{11}-\rho_{33})$$

d'où

$$\rho_{33}\left[b^2\frac{\Gamma_2}{\Gamma_2^2+(\omega-\omega_o)^2} + \Gamma_1 + 3\gamma_p\right] = \rho_{11}\left[\Gamma_1-\gamma_p+b^2\frac{\Gamma_2}{\Gamma_2^2+(\omega-\omega_o)^2}\right] \tag{16}$$

En reportant les valeurs de ρ_{22} et ρ_{33} en fonction de ρ_{11} déduites des équations 13 et 16 dans l'équation 15 on obtient ρ_{11} et finalement n(F=1) d'après la relation 9 :

$$n(F=1) = n\left[\frac{3}{4}\left(1-\frac{\gamma_p}{\Gamma_1}\right) + \frac{\gamma_p}{2\Gamma_1}\frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p}\frac{s}{1+s}\frac{1}{1+\frac{(\omega-\omega_o)^2}{\Gamma_2^2(1+s)}}\right] \tag{17}$$

où le facteur de saturation s est donné par la relation :

$$s = \frac{b^2}{\Gamma_1 \Gamma_2} \frac{\Gamma_1 + 2\gamma_p}{\Gamma_1 + 3\gamma_p} \quad . \tag{18}$$

L'expression (17) montre que le nombre d'ions n(F=1) participant au signal de fluorescence est la somme de deux termes :

i) un terme indépendant de l'excitation microonde

$$n(F=1)_{rel.} = \frac{3}{4} n \left(1 - \frac{\gamma_p}{\Gamma_1}\right) \tag{19}$$

Ce terme traduit l'efficacité du pompage optique par rapport aux autres processus de relaxation. Comme $\Gamma_1 = \gamma_p + \gamma_1 + \gamma_s$, lorsque γ_p est très grand devant $\gamma_1 + \gamma_s$, $n(F=1)_{rel.}$ tend vers 0, c'est-à-dire que le processus de pompage optique dépeuple complètement les niveaux Zeemann $^2S_{1/2}$ F=1.

Dans le cas contraire, lorsque γ_p est très petit devant $\gamma_1 + \gamma_s$ on a

$$n(F=1)_{rel.} = \frac{3}{4} n$$

les quatre niveaux Zeeman sont alors également peuplés par les processus de relaxation.

ii) un terme qui varie selon une loi lorentzienne en fonction de l'excitation microonde :

$$n(F=1)_{\mu.o.} = n \frac{\gamma_p}{2\Gamma_1} \frac{\Gamma_1 + 3\gamma_p}{\Gamma_1 + 2\gamma_p} \frac{s}{1+s} \frac{1}{1 + \frac{(\omega - \omega_o)^2}{\Gamma_2^2 (1+s)}} \quad . \tag{20}$$

Ce terme caractérise la résonance hyperfine. Le coefficient de qualité Q de cette résonance est $Q = \frac{\omega_o}{\delta\omega}$ où $\delta\omega$ est la largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance donnée par

$$\delta\omega = 2\Gamma_2 \sqrt{1+s} \tag{21}$$

La valeur maximum de $n(F=1)_{\mu.o.}$ est

$$n(F=1)^{\max}_{\mu.o.} = n \frac{\gamma_p}{2\Gamma_1} \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p} \frac{s}{1+s} \quad .$$

L'amplitude du signal de résonance est proportionnelle à $n(F=1)^{\max}_{\mu.o.}$ qui dépend de la valeur du taux de pompage par rapport aux autres taux de relaxation. A saturation et quand γ_p est très grand, cette quantité tend vers une valeur maximale égale à $\frac{2}{3}$ n.

Intensité du signal de fluorescence

Les photons de fluorescence émis par les ions retournant à l'état fondamental sont recueillis par un photomultiplicateur dans un grand angle solide, 1,84 stéradian, autour de la direction du champ magnétique directeur.

Le nombre de photons de polarisation $\vec{\varepsilon}$ émis dans l'angle solide $d\Omega$ autour de la direction $\vec{k}$ est proportionnel à $\sum_{i,e} |\langle i|\vec{\varepsilon}\vec{r}|e\rangle|^2$ où $\vec{r}$ est le vecteur position de l'électron orbital. La polarisation $\vec{\varepsilon}$ d'un photon émis dans la direction $\vec{k}$ est perpendiculaire à cette direction. D'une manière générale $\vec{\varepsilon}$ peut toujours être décomposée en deux vecteurs perpendiculaires $\vec{\varepsilon}_1$ et $\vec{\varepsilon}_2$. Si l'on choisit un de ces vecteurs $\vec{\varepsilon}_1$ dans le plan $\vec{r},\vec{k}$ l'autre sera perpendiculaire à ce plan et ne contribuera donc pas à l'émission dipolaire. On projette alors $\vec{r}$ sur des axes orthogonaux 0x, 0y et 0z tels que le champ directeur soit dirigé selon 0z. Les vecteurs unitaires de ces trois axes sont $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ respectivement.

On a alors

$$|\langle i|\vec{\varepsilon}_1\,\vec{r}|e\rangle|^2 = |\langle i|x|e\rangle|^2 \cos^2(\vec{\varepsilon}_1,\vec{u}) + |\langle i|y|e\rangle|^2 \cos^2(\vec{\varepsilon}_1,\vec{v}) + |\langle i|z|e\rangle|^2 \cos^2(\vec{\varepsilon}_1,\vec{w})$$

où l'on a posé

$$\langle i|\vec{r}|e\rangle = \langle i|x|e\rangle\vec{u} + \langle i|y|e\rangle\vec{v} + \langle i|z|e\rangle\vec{w}$$

$\vec{\varepsilon}_1$ et $\vec{k}$ étant perpendiculaires, on a $\cos(\vec{\varepsilon}_1,\vec{u}) = \sin(\vec{k},\vec{u})$ et on peut écrire :

$$\sum_{i,e} |\langle i|\vec{\varepsilon}_1.\vec{r}|e\rangle|^2 = \sum_{i,e} |\langle i|x|e\rangle|^2 \sin^2(\vec{k},\vec{u}) + \sum_{i,e} |\langle i|y|e\rangle|^2 \sin^2(\vec{k},\vec{v}) + \sum_{i,e} |\langle i|z|e\rangle|^2 \sin^2(\vec{k},\vec{w}) .$$

Si on considère les polarisations π, σ^+ et σ^- qui correspondent aux opérateurs z, $\frac{1}{\sqrt{2}}(x+jy)$ et $\frac{1}{\sqrt{2}}(x-jy)$ respectivement, l'expression précédente devient :

$$\sum_{i,e} |\langle i|\vec{\varepsilon}_1.\vec{r}|e\rangle|^2 = \frac{1}{2}[\sin^2(\vec{k},\vec{u})+\sin^2(\vec{k},\vec{v})] \sum_{i,e} [|\langle i|x+jy|e\rangle|^2+|\langle i|x-jy|e\rangle|^2] + \sin^2(k,w) \sum_{i,e} |\langle i|z|e\rangle|^2$$

puisque $\cos^2(\vec{k},\vec{u}) + \cos^2(\vec{k},\vec{v}) + \cos^2(\vec{k},\vec{w}) = 1$ on a

$$\sum_{i,e} |\langle i|\vec{\varepsilon}_1.\vec{r}|e\rangle|^2 = \frac{1}{2}[1+\cos^2(\vec{k},\vec{w})] \sum_{i,e} [|\langle i|x+jy|e\rangle|^2 + |\langle i|x-jy|e\rangle|^2] + \sin^2(\vec{k},\vec{w}) \sum_{i,e} |\langle i|z|e\rangle|^2 .$$

Nous avons dans notre cas :

$$\frac{1}{2}\sum_{i,e} |\langle i|x+jy|e\rangle|^2 = \frac{1}{2}\sum_{i,e} |\langle i|x-jy|e\rangle|^2 = \sum_{i,e} |\langle i|z|e\rangle|^2$$

ce qui montre que la somme

$$\sum_{i,e} |\langle i|\vec{\varepsilon}_1.\vec{r}|e\rangle|^2$$

est indépendante de l'angle $(\vec{k},\vec{w})$: le flux de photons émis est indépendant de la direction d'émission.

Le nombre de photons reçus par unité de temps par le photomultiplicateur est donc proportionnel à $\Gamma_p\, n(F=1)$ et à l'angle solide de détection. Il s'en suit que le flux I de photoélectrons délivré par le photomultiplicateur est donné par :

$$I(\omega) = \frac{3}{2} K \gamma_p\, n(F=1)(\omega) \tag{22}$$

où K est un coefficient qui caractérise le rendement de la détection.

La partie de ce signal qui traduit la résonance est

$$I_R(\omega) = \frac{3}{2} K\gamma_p\, n(F=1)_{\mu.o.} = \frac{3}{4} K n\, \frac{\gamma_p^2}{\Gamma_1}\, \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p}\, \frac{s}{1+s}\, \frac{1}{1+\dfrac{(\omega-\omega_o)^2}{(\Gamma_2^2)(1+s)}} \tag{23}$$

Sa valeur maximale obtenue pour $\omega = \omega_o$ vaut

$$I_R(\omega_o) = \frac{3}{4} K n\, \frac{\gamma_p^2}{\Gamma_1}\, \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p}\, \frac{s}{1+s} \tag{24}$$

Loin de la résonance le flux de photoélectrons de fluorescence est

$$I_{rel.} = \frac{3}{2} K\gamma_p\, n(F=1)_{rel.} \tag{25}$$

Le flux total est composé de ces deux quantités $I_R(\omega)$ et $I_{rel.}$, auxquelles s'ajoute le flux de photoélectrons créés par la lumière parasite reçue par le photomultiplicateur.

I - 4. ESTIMATION DE LA STABILITE A MOYEN TERME D'UN OSCILLATEUR A QUARTZ ASSERVI SUR LA RESONANCE HYPERFINE

Le rayonnement microonde qui induit la transition hyperfine est généré par synthèse de fréquence à partir d'un oscillateur à quartz de fréquence 5 MHz. Lorsque les conditions d'observation de la résonance hyperfine sont remplies, il est possible d'asservir la fréquence de cet oscillateur à quartz sur la fréquence de cette résonance.

La fréquence de la radiation microonde injectée dans la trappe est modulée en signaux carrés entre deux valeurs f_+ et f_- situées de part et d'autre de la fréquence de résonance f_o. L'asservissement (Fig. 6) maintient alors la fréquence f_a de l'oscillateur à quartz telle que ces deux valeurs soient symétriques par rapport à la fréquence de résonance. On a alors :

$$m f_a = f_o$$

où m est le facteur multiplicatif de la chaîne de synthèse. Dans le cas contraire, on a :

$$m f_a = f_o + \Delta f$$

et un signal d'erreur est obtenu en faisant la différence entre le nombre de photons de fluorescence émis pour chacune des valeurs f_+ et f_- de l'excitation. La stabilité de l'oscillateur asservi est alors limitée par le bruit de grenaille des photons qui perturbe le signal d'erreur.

L'asservissement réalisé (Chapitre III) est de type échantillonné de période d'échantillonnage T. Le calcul de stabilité que nous présentons ici donne une valeur de la stabilité que l'on doit obtenir pour des temps de mesure τ supérieurs à T. La limite supérieure de validité est la durée

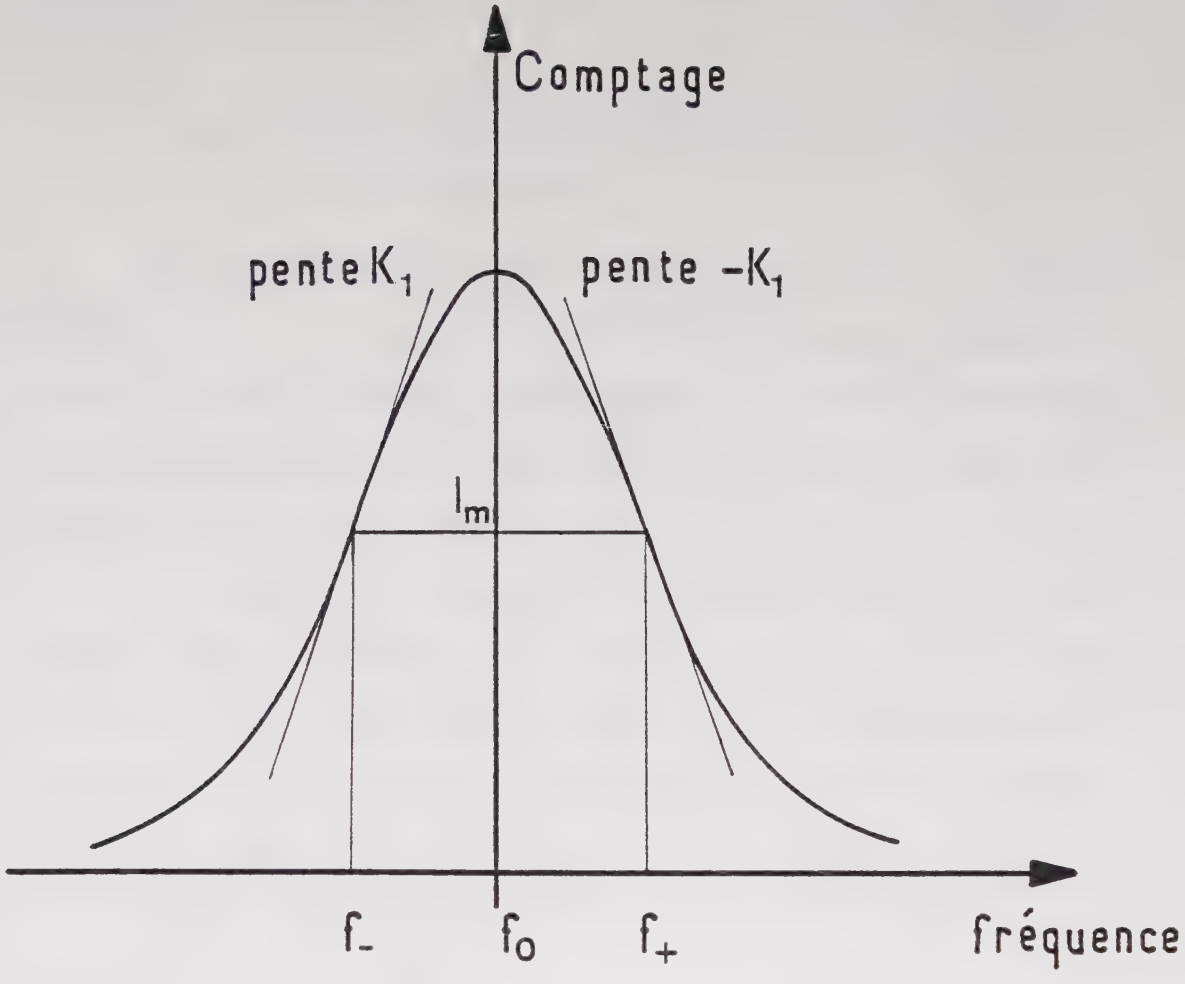

Figure 6 : Disposition des fréquences f_+ et f_- d'interrogation sur la courbe de résonance hyperfine.

au-delà de laquelle l'effet des perturbations systématiques (variation de l'intensité de pompage, des conditions de confinement, ...) devient comparable à celui du bruit de grenaille du flux de photons détecté.

I - 4.1. *Densité spectrale des fluctuations de fréquence de l'oscillateur asservi*

Soit M(f) le signal mesuré lorsque la fréquence de l'excitation microonde est f, ce signal est le résultat d'un comptage de durée τ_o. M(f) est la somme du signal de fluorescence $M_F(f)$ et d'un signal parasite $M_B(f)$ indépendant de f (les origines de ce signal parasite sont discutées dans le chapitre II).

Soient ΔM_+ et ΔM_- les écarts du signal par rapport à sa valeur moyenne, lorsque la fréquence de l'excitation est f_+ et f_- respectivement et ΔI_+ et ΔI_- les écarts correspondants du flux de photoélectrons par rapport à sa valeur moyenne. Ces écarts sont dûs aux fluctuations ΔM et ΔI du signal et du flux de photoélectrons associé.

Puisque l'asservissement réalise $M(f_+) = M(f_-)$, cette mesure introduit une erreur Δf donnée par :

$$\Delta f = \frac{1}{2} \frac{\Delta M_+ - \Delta M_-}{\left|\frac{\partial M(f)}{\partial f}\right|_{f_o \pm f_m}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta I_+ - \Delta I_-}{\left|\frac{\partial I(f)}{\partial f}\right|_{f_o \pm f_m}}$$

où f_m est la profondeur de modulation.
Nous montrons dans l'annexe 2 que si le bruit ΔI est dû uniquement au bruit de photons, il peut être considéré comme un bruit blanc pour les fréquences de Fourier petites devant $1/\tau_o$.

Dans ces conditions, il n'y a pas de corrélation entre ΔI_+ et ΔI_-, de telle sorte que la densité spectrale de la différence $\Delta I_+ - \Delta I_-$ est

égale à deux fois la densité spectrale $S_{\Delta I}$ des fluctuations de I. La densité spectrale des fluctuations Δf de la fréquence du quartz asservi, $S_{\Delta f}$ est alors :

$$S_{\Delta f} = \frac{2S_{\Delta I}}{4\left(\frac{\partial I(f)}{\partial f}\right)^2_{f_o \pm f_m}}$$

On a de plus :

$$S_{\Delta I} = 2\, I_m$$

où I_m est la valeur moyenne du signal total mesuré quand la fréquence d'excitation est égale à $f \pm f_m$. La densité spectrale des fluctuations relatives de fréquence de l'oscillateur à quartz asservi est donc

$$S_{\Delta f} = \frac{I_m}{\left(\frac{\partial I}{\partial f}\right)^2_{f_o \pm f_m}}$$

Cette relation n'est valable que pour les fréquences de Fourier inférieures à la fréquence de coupure de l'asservissement et à la fréquence d'échantillonnage.

I - 4.2. *Variance d'Allan des fluctuations relatives de fréquence de l'oscillateur asservi*

Dans les conditions précédentes, le bruit qui affecte la fréquence de l'oscillateur à quartz asservi est un bruit blanc de fréquence. Dans ce cas, la variance d'Allan des fluctuations relatives de fréquence du quartz asservi se déduit facilement de la densité spectrale [28] :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau} \frac{S_{\Delta f}}{f_o^2} \quad .$$

On a donc :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau} \frac{I_m}{f_o^2 \left(\frac{\partial I}{\partial f}\right)_{f_o \pm f_m}}$$

I - 4.3. *Discussion : influence des différents paramètres*

Choix de la profondeur de modulation

Pour une valeur donnée I_m du flux de photoélectrons, la variance $\sigma_y^2(\tau)$ sera d'autant plus petite que la pente $\left(\frac{\partial I}{\partial f}\right)_{f_o \pm f_m}$ sera grande. Sa valeur maximale est obtenue aux points d'inflexion de la courbe de résonance, ce qui correspond à une profondeur de modulation f_m donnée par :

$$f_m = \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{\Gamma_2}{\pi} \sqrt{1+s} = 0{,}29\ \delta f \quad . \tag{26}$$

Dans ces conditions le flux de photoélectrons $I_R(f_o \pm f_m)$ est égal à $\frac{3}{4} I_R(f_o)$. On a alors :

$$\left|\frac{\partial I}{\partial f}\right|_{f_o \pm f_m} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{I_R(f_o)}{\delta f}$$

et

$$\sigma_y(\tau) = 0{,}54 \frac{\delta f}{f_o} \frac{\sqrt{I_m}}{I_R(f_o)} \frac{1}{\sqrt{\tau}} \tag{27}$$

Nous nous plaçons toujours dans les conditions de l'équation (26). On peut également exprimer $\sigma_y(\tau)$ en fonction de l'écart type $\sigma^2_{\Delta I}(\tau_o)$ des fluctuations du signal mesuré, puisque

$$S_{\Delta I} = 2\tau_o\, \sigma^2_{\Delta I}(\tau_o)$$

d'où

$$\sigma_y(\tau) = 0{,}54 \frac{\delta f}{f_o} \frac{\sigma_{\Delta I}(\tau_o)}{I_R^o} \sqrt{\frac{\tau_o}{\tau}} \quad . \tag{28}$$

Choix de la puissance microonde

Nous cherchons à minimiser la variance $\sigma_y(\tau)$ en fonction de s, le facteur de saturation qui est proportionnel à la puissance microonde injectée.

Le flux total I_m de photoélectrons délivré par le photomultiplicateur est donné par :

$$I_m = \frac{3}{4} I_R(f_o) + I_{rel.} + I_B \tag{29}$$

où I_B est le flux de photoélectrons qui correspond à la lumière parasite.

La source principale de lumière parasite est constituée par la diffusion des photons du faisceau de pompage vers la détection. I_B est donc proportionnel à γ_p. Soit K' le coefficient de proportionnalité.
On a donc

$$I_m = \frac{3}{2} K\gamma_p n \left[\frac{3}{8} \frac{\gamma p}{\Gamma_1} \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p} \frac{s}{1+s} + \frac{3}{4} \frac{\Gamma_1-\gamma_p}{\Gamma_1} \right] + K'\gamma_p$$

Comme

$$\frac{\delta f}{I_R(f_o)} = \frac{2\Gamma_2 \sqrt{1+s}}{3\pi} \frac{2\Gamma_1}{\gamma_p} \frac{\Gamma_1+2\gamma_p}{\Gamma_1+3\gamma_p} \frac{1+s}{s} \frac{1}{K\gamma_p n}$$

on obtient finalement

$$\sigma_y(\tau) = \frac{0{,}24}{f_o \sqrt{\tau}} \frac{1}{\sqrt{Kn}} \left(\frac{\gamma_p}{2\Gamma_1} \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p} \frac{s}{1+s} + \frac{\Gamma_1-\gamma_p}{\Gamma_1} + \frac{8}{9} \frac{K'}{Kn} \right)^{1/2} \frac{\Gamma_1\Gamma_2}{\gamma_p^{3/2}} \frac{\Gamma_1+2\gamma_p}{\Gamma_1+3\gamma_p} \frac{(1+s)^{3/2}}{s} \tag{30}$$

Le minimum de cette expression en fonction de s est obtenu pour une

valeur s_{op} de s qui dépend des taux de relaxation et du rapport de la lumière parasite à la lumière utile. On a

$$s_{op} = \frac{1}{2} \left[1+\left(\frac{9a+1}{a+1}\right)^{1/2}\right]$$

avec

$$a = \frac{\Gamma_1-\gamma_p}{\gamma_p} + \frac{16K'}{9Kn}\,\Gamma_1\,\frac{\Gamma_1+2\gamma_p}{\Gamma_1+3\gamma_p} \quad .$$

Quand a varie de 0 à l'infini, s_{op} croit continûment de 1 à 2.

Sur la Fig. 7 sont représentées les variations de $\sigma_y(\tau)$ en fonction de s pour des valeurs typiques du rapport $\frac{K'}{Kn}$ qui représente le rapport de la lumière parasite au signal utile. Nous constatons que dans tous les cas $\sigma_y(\tau)$ varie peu lorsque s varie entre 1 et 2. Nous fixerons s=2 dans la suite.

Influence des phénomènes de relaxation et de la lumière parasite

Sur les figures 8 et 9 sont représentées les variations de $\sigma_y(\tau)$ en fonction de γ_p pour s=2 et pour diverses valeurs de $\gamma_1+\gamma_s$. La figure 8 correspond au cas idéal où la lumière parasite serait totalement absente, la figure 9 correspond à nos conditions expérimentales actuelles.

On constate sur ces courbes qu'il existe une valeur optimale de γ_p d'autant plus basse, donc plus facile à atteindre, que les autres causes de relaxation sont faibles.

Ces courbes nous permettront de prévoir l'ordre de grandeur de la stabilité, compte tenu des valeurs expérimentales des différents paramètres (Chap. III).

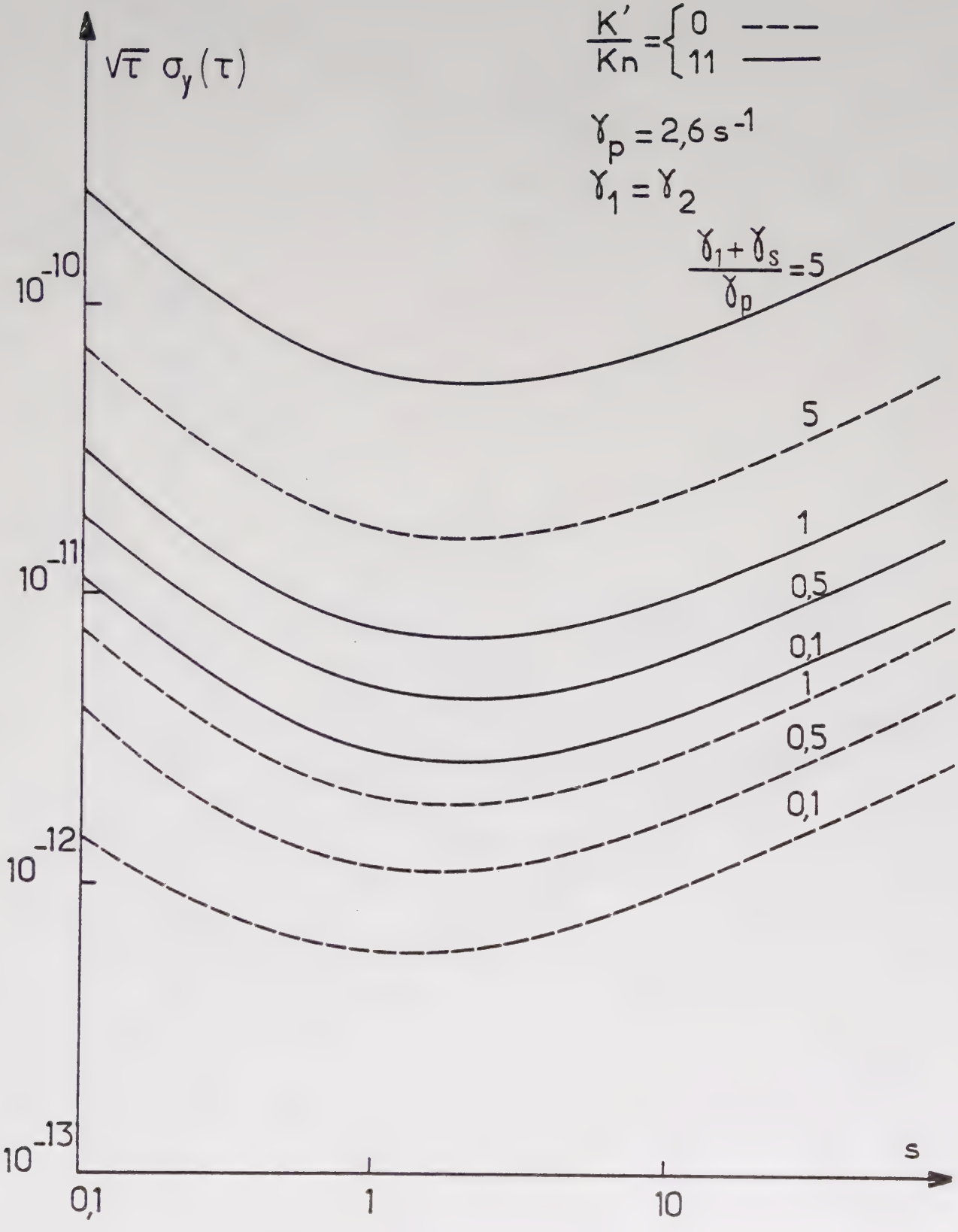

Figure 7 : Stabilité de fréquence de l'oscillateur asservi en fonction du facteur de saturation s.

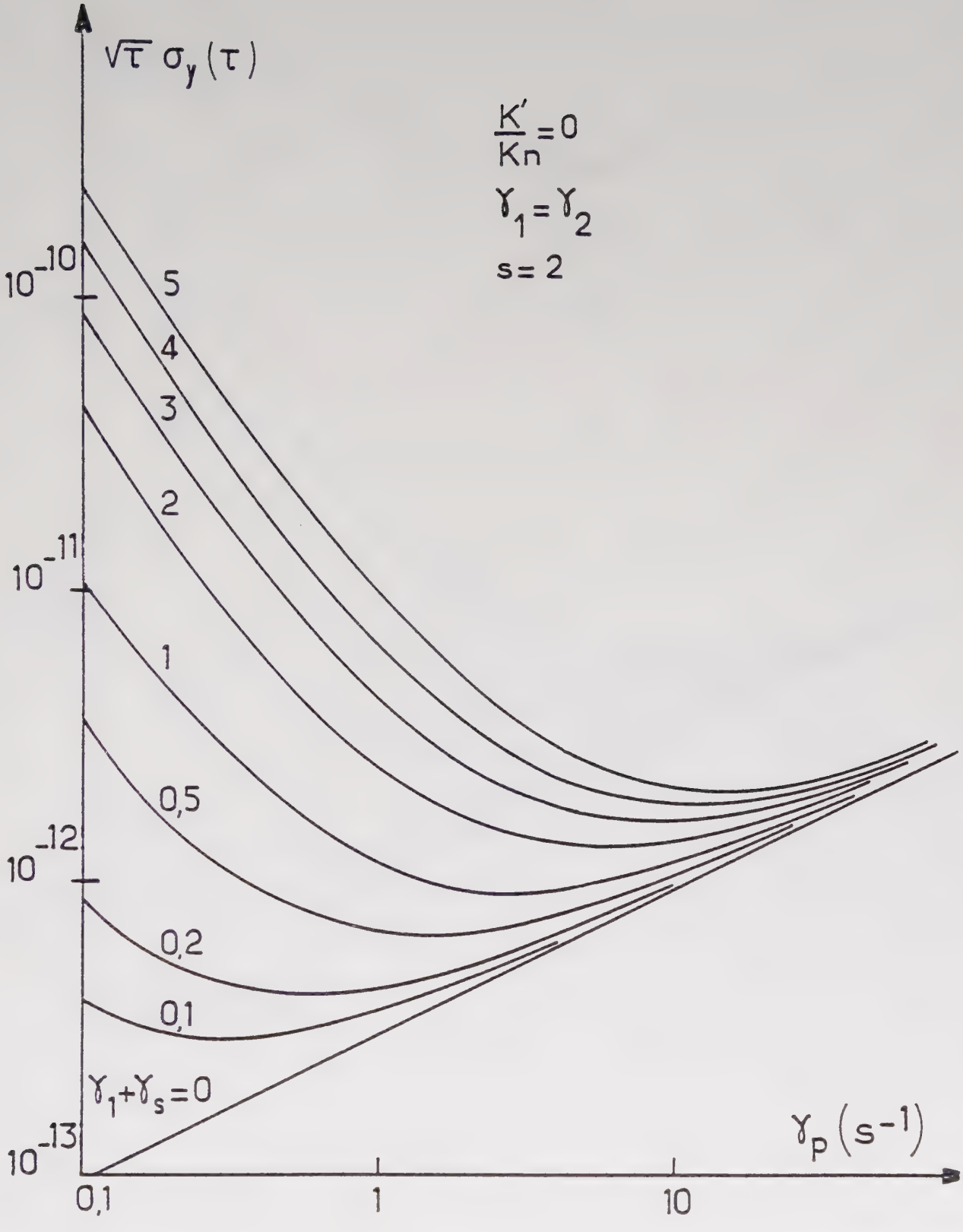

Figure 8 : Stabilité de fréquence de l'oscillateur asservi en fonction du taux de pompage optique γ_p pour diverses valeurs de la somme des taux de relaxation γ_1 et γ_s, lorsque la lumière parasite est nulle ($\frac{K'}{Kn} = 0$)

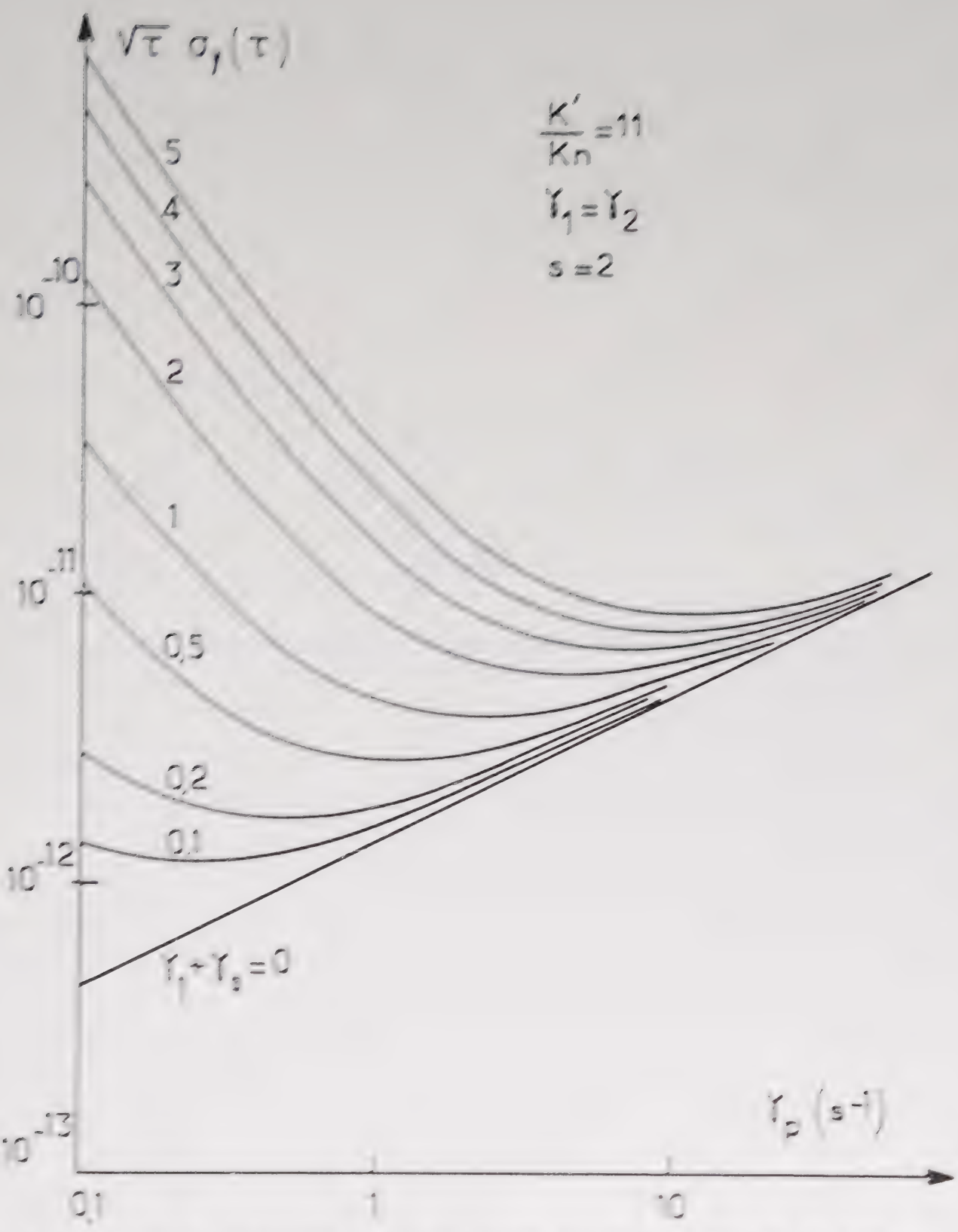

Figure 1 : Stabilité de fréquence de l'oscillateur asservi en fonction du taux de pompage optique γ_p pour diverses valeurs de la somme des taux de relaxation γ_1 et γ_s dans des conditions typiques de lumière parasite $\frac{\pi'}{\pi_0} = 111$.

CHAPITRE II

Observation de la résonance hyperfine .

II-A.DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Nous avons conçu et réalisé cette expérience pour obtenir la résonance la plus étroite possible et le meilleur rapport signal sur bruit puisque les qualités de l'oscillateur asservi dépendent de ces deux paramètres.

II-A.1. CONFINEMENT DES IONS

Les ions $^{199}Hg^{+}$ sont créés à l'intérieur de la trappe par ionisation de la vapeur de mercure par un faisceau d'électrons issus d'une thermocathode.

II-A.1.1. *Cage de confinement* (Fig. 10)

La cage est cylindrique. Cette forme a été choisie afin que la trappe puisse éventuellement résonner à la fréquence de la transition hyperfine (40,5 GHz) sur le mode TE_{017}. En effet, d'une part l'utilisation d'une cavité résonnante augmente le couplage entre les ions et le champ hyperfréquence, d'autre part le champ étant stationnaire, il n'y a pas de déplacement de fréquence par effet Doppler du premier ordre. Comme ce mode de couplage entraîne des contraintes technologiques importantes, dans une première étape, l'irradiation microonde a été assurée par un cornet placé à l'extérieur de l'enceinte à vide et un orifice pratiqué dans la paroi du cylindre.

La cage est en cuivre, matériau non magnétique, car les ions doivent être placés dans un champ magnétique faible. Elle comprend trois électrodes : un cylindre d'axe vertical de diamètre 38 mm, un plateau

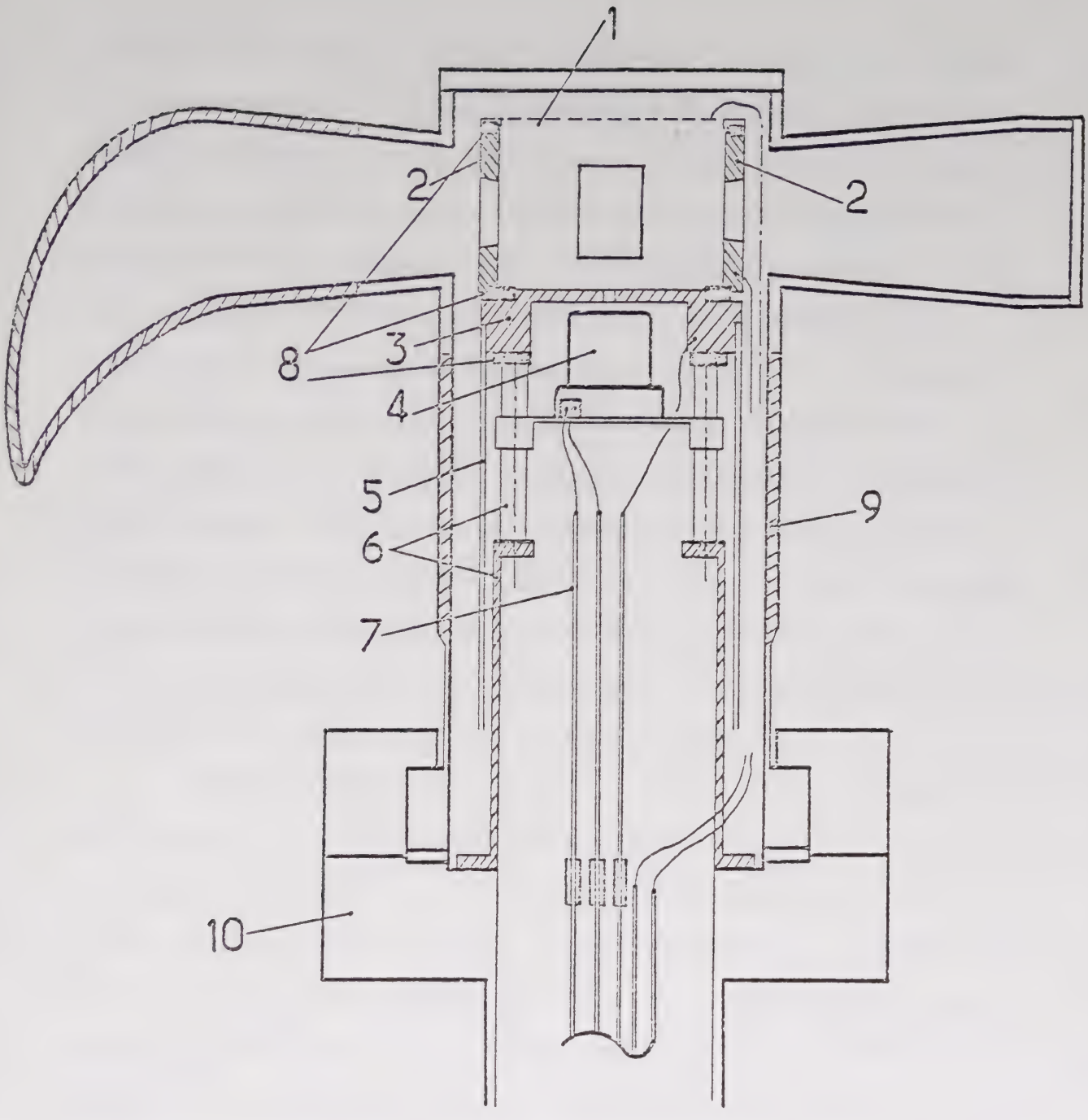

Figure 10 : Schéma de la cage de confinement et de ses accessoires :

1. Plateau supérieur
2. Cylindre
3. Plateau inférieur
4. Canon à électrons
5. Blindage de la lumière
6. Supports
7. Passages de courant
8. Plots isolants
9. Enceinte à vide. Les parties hachurées sont en pyrex
10. Bride ultra-vide.

supérieur et un plateau inférieur séparés de 27 mm. Le cylindre comporte trois ouvertures : deux trous circulaires de 16 mm de diamètre, diamétralement opposés, pour le passage de la lumière de pompage, et une ouverture rectangulaire percée dans une direction perpendiculaire au faisceau lumineux de pompage, pour l'irradiation hyperfréquence. Le plateau inférieur est percé en son centre d'un trou de diamètre 2,5 mm pour permettre le passage du faisceau électronique issu de la thermocathode placée en dessous de la cage. Le plateau supérieur doit être le plus transparent possible pour laisser passer la lumière de fluorescence détectée dans cette direction, perpendiculaire à l'axe du faisceau incident. Nous avons utilisé une grille de cuivre de 0,1 mm d'épaisseur, le pas de chaque maille carrée étant de 4 mm, la largeur du trait de 0,25 mm, la transparence ainsi obtenue est de 90 %. La grille est pincée entre deux couronnes circulaires soudées entre elles.

Les deux plateaux et le cylindre sont isolés électriquement les uns des autres et l'ensemble est isolé de la masse, grâce à des plots en céramique. L'ensemble du cylindre et des deux plateaux est maintenu en place par deux ressorts en bronze au béryllium fixés sur le plateau inférieur et exerçant leur pression sur l'électrode supérieure par l'intermédiaire d'une couronne isolée électriquement du plateau supérieur par trois plots en céramique. Les pièces métalliques sont recouvertes d'aquadag pour minimiser la diffusion des photons parasites vers l'optique de détection.

II-A.1.2. *Canon à électrons* (Fig. 10)

Les ions sont créés à l'intérieur de la cage par l'action d'un faisceau d'électrons sur les atomes de mercure. Ce faisceau est produit par une thermocathode à oxydes, conçue pour fournir un flux important d'électrons à une température inférieure à 1000 K.

Cette cathode est placée sous le plateau inférieur et fixée sur les colonnettes métalliques qui supportent la cage. Le faisceau d'électrons pénètre dans la cage par un trou central de diamètre 2,5 mm percé dans le plateau inférieur. Ce plateau est prolongé vers le bas par un cylindre métallique qui fait écran à la lumière émise par la thermocathode vers ce cylindre. La seule source de lumière parasite est donc la surface du trou du plateau inférieur. Un filtre interférentiel, centré à 194,2 nm, placé sur la voie de détection élimine presque totalement le rayonnement qui en est issu.

Dans des conditions typiques de fonctionnement, le flux de photoélectrons dû à l'émission de ce canon à électrons est de 150 s^{-1}.

II-A.1.3. *Enceinte à vide* (Fig. 10)

L'enceinte à vide qui contient la cage est en quartz et comporte deux fenêtres optiques en quartz tétrasil pour le passage de la lumière de pompage et de la lumière de fluorescence. Leur transparence est de 88,5 % à la longueur d'onde à laquelle nous travaillons (194,2 nm), elles sont soudées par faisceau laser sur du quartz ordinaire. La fenêtre utilisée pour introduire le faisceau de pompage est située à l'extrémité d'un tube latéral de 50 mm de long afin de réduire la lumière qu'elle pourrait diffuser vers l'optique de détection.

Après avoir traversé la trappe de confinement, la lumière subit des réflexions multiples dans une corne en pyrex qui piège ainsi le faisceau ultra-violet de pompage.

Nous avons vérifié en mesurant la lumière parasite avec et sans l'enceinte que celle-ci contribue de manière quasiment nulle à la diffusion de la lumière de pompage vers la détection.

L'enceinte en quartz est raccordée au système de pompage et d'introduction de la vapeur de mercure par l'intermédiaire d'une transition quartz-verre-acier inoxydable. La partie métallique est placée le plus loin possible de la région de confinement pour éviter les perturbations magnétiques.

Le système de pompage est en acier inoxydable (fig. 11), avec joints métalliques en cuivre et étuvable à 300° C. Une vanne permet son raccordement à un système de prévidage par pompe à zéolithe. Le pompage est assuré par une pompe ionique de vitesse nominale 25 l/s. Une vanne placée entre l'enceinte et la pompe ionique permet de réduire la vitesse de pompage de cette dernière afin de maintenir une pression suffisante de la vapeur de mercure.

Après un étuvage complet du montage, la pression résiduelle est inférieure à 10^{-7} Pa.

II-A.1.4. *Introduction du mercure* (Fig. 11)

Une vanne isole l'enceinte à vide d'une ampoule en pyrex contenant du mercure. Celle-ci est préparée sur un banc annexe. L'ampoule est initialement vidée et étuvée afin d'atteindre un vide résiduel de 10^{-7} Pa. Quelques milligrammes d'isotope 199 fournis par le Laboratoire

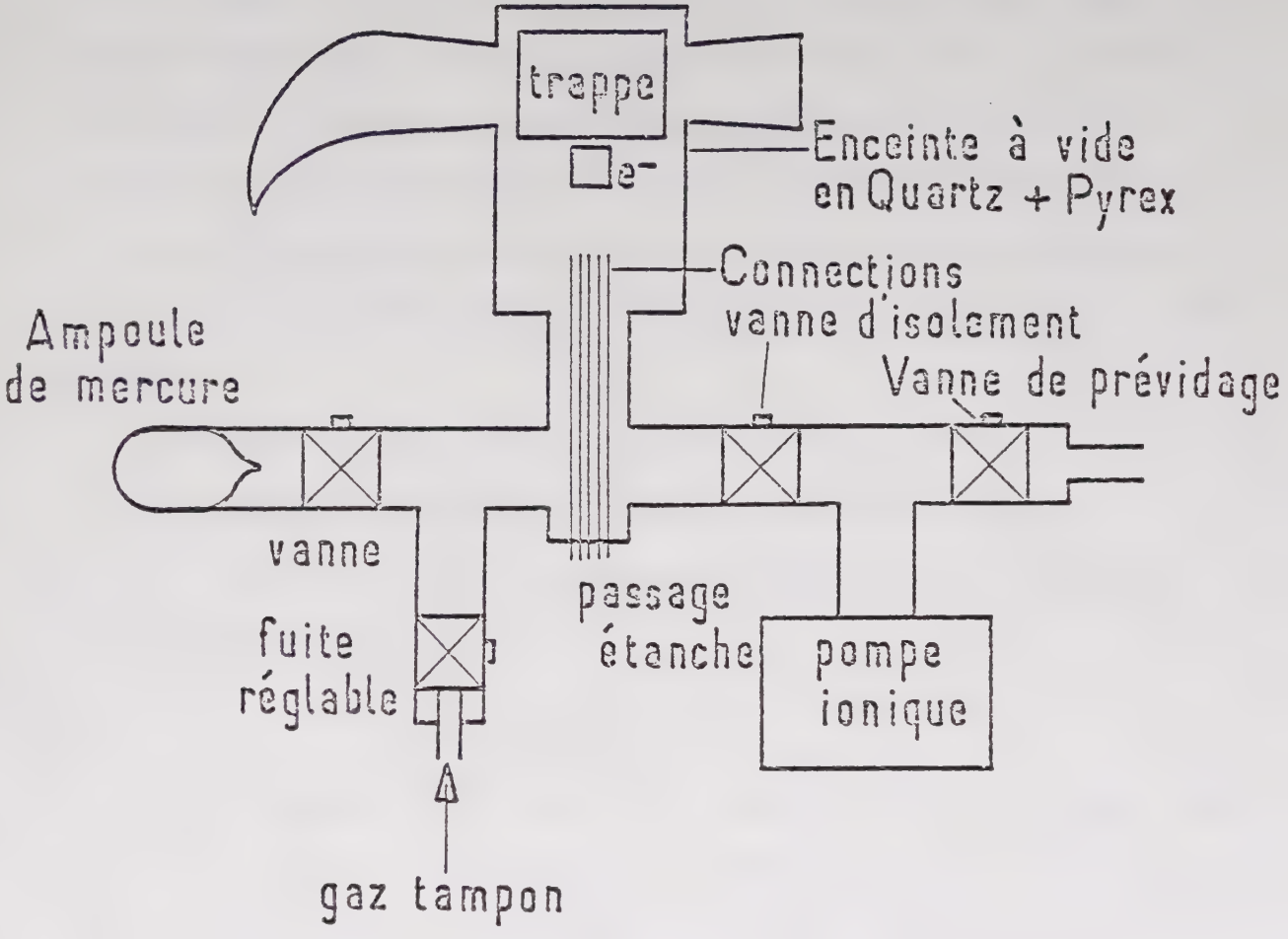

Figure 11 : Schéma du système à vide

de Spectrométrie de Masse d'Orsay [29] sont ensuite distillés dans cette ampoule qui est finalement scellée et raccordée par l'intermédiaire de la vanne à l'enceinte.

Après étuvage de l'ensemble à vide, la vanne de la réserve de mercure est fermée et l'ampoule brisée. La pression partielle désirée est établie en ouvrant la vanne alors que l'ampoule est refroidie à -76° C pendant quelques heures. Les parois adsorbent alors du mercure ce qui est suffisant pour maintenir ensuite une pression partielle de 10^{-6} à 10^{-7} Pa pendant des mois alors que la réserve de mercure est isolée.

II-b.1.b. *Production du champ de confinement* (Fig. 12)

Le champ alternatif inhomogène est produit en appliquant une différence de potentiel :

$$V = V_{DC} + V_{AC} \cos \Omega t$$

entre les plateaux et le cylindre de la cage. La fréquence Ω étant fixée à 250 KHz, la densité d'ions mercure stockés est maximale lorsque $V_{DC} = 7V$ et $V_{AC} = 250V$ d'après la discussion du chapitre I. La fréquence du mouvement séculaire en z est alors égale à 50 KHz.

La tension alternative de confinement est créée par un générateur basse fréquence qui attaque un transformateur élévateur de tension. Le circuit résonnant formé par l'inductance du transformateur et la capacité de la cage est accordé à 250 KHz.

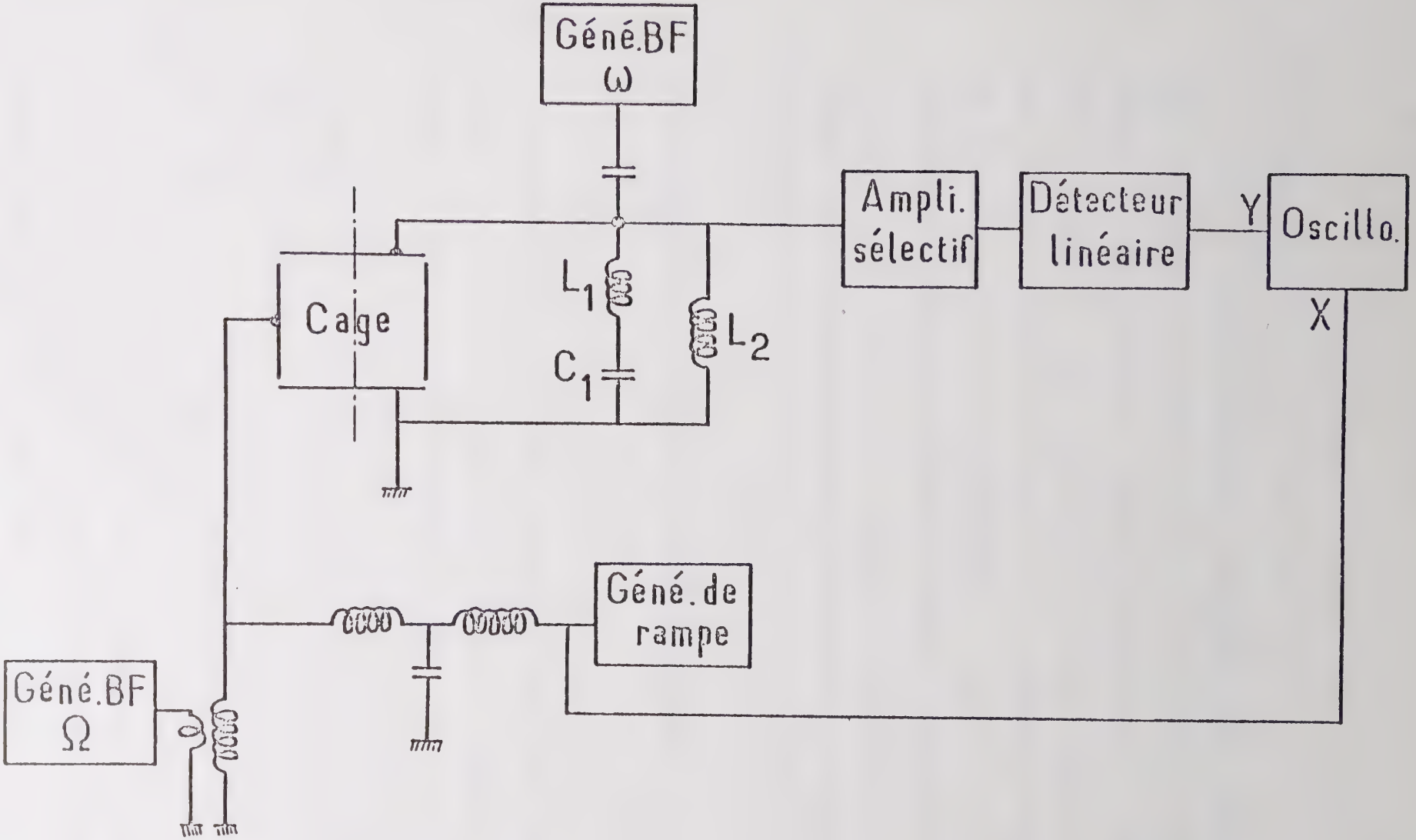

Figure 12 : Schéma d'ensemble de l'électronique de confinement et de détection du mouvement des ions.

II-A.1.6. *Détection des ions* (Fig. 12)

Afin de vérifier commodément la présence d'ions stockés dans la cage, nous utilisons la méthode d'absorption d'énergie par le nuage ionique [7]. Si on applique une tension alternative entre les deux chapeaux de la cage, on observe une absorption d'énergie lorsque la fréquence de cette excitation est égale à celle du mouvement séculaire des ions $\frac{\omega_z}{2\pi}$ qui se traduit par une diminution de l'amplitude de la tension d'excitation. On observe la résonance en modulant ω_z grâce à une rampe de tension dont la période est de l'ordre de la seconde, superposée à la tension de confinement. Le signal d'absorption est détecté à l'aide d'un amplificateur sélectif accordé à la fréquence de l'excitation.

II-A.2. EXCITATION ET DETECTION DE LA TRANSITION OPTIQUE

L'excitation de la transition optique à 194,2 nm est assurée par le rayonnement émis par une lampe à décharge que nous avons conçue et réalisée. La détection de la fluorescence à la même longueur d'onde a déterminé le choix d'un système optique qui permet à la fois de recueillir le plus grand nombre de photons de fluorescence tout en maintenant l'intensité de la lumière parasite issue du faisceau du pompage dans des limites raisonnables.

II-A.2.1. *Lampes d'excitation*

Du fait de la coïncidence isotopique mentionnée au chapitre I, des lampes à décharge contenant l'isotope de mercure 202 permettent le pompage optique qui ne peut actuellement pas être réalisé par un faisceau laser. En effet, il n'existe pas encore de rayonnement cohérent à cette

longueur d'onde.

Les lampes à mercure habituellement utilisées sont destinées à émettre le spectre de l'atome et nous avons constaté que la raie de l'ion à 194,2 nm est très peu intense dans ces lampes. Nous avons donc été amené à concevoir et fabriquer des lampes adaptées à notre utilisation, dont les caractéristiques doivent être :

- une émission intense de la raie à 194,2 nm
- une émission la plus faible possible des raies inutiles afin de minimiser la lumière parasite
- une stabilité de l'intensité des raies émises afin de perturber le moins possible le dispositif d'asservissement de fréquence
- une longue durée de vie.

L'étude expérimentale des spectres d'émission des lampes en fonction de leur forme, leur configuration (avec ou sans électrode) leur mode d'excitation, l'utilisation ou non d'un gaz tampon a permis de mettre au point une lampe qui corresponde pour l'essentiel aux critères définis ci-dessus.

II-A.2.1.1. *Bâti de fabrication*

Les lampes doivent être en quartz pour être transparentes au rayonnement ultra-violet et très soigneusement prévidées pour n'émettre que le spectre du mercure ; le bâti de fabrication des lampes a été construit en conséquence. Il est représenté schématiquement sur la figure 13. L'enveloppe de la charge de mercure et le U de distillation sont réalisés en verre pyrex. La rampe et les lampes qui lui sont attachées sont en quartz. Les autres canalisations sont en acier inoxydable, des

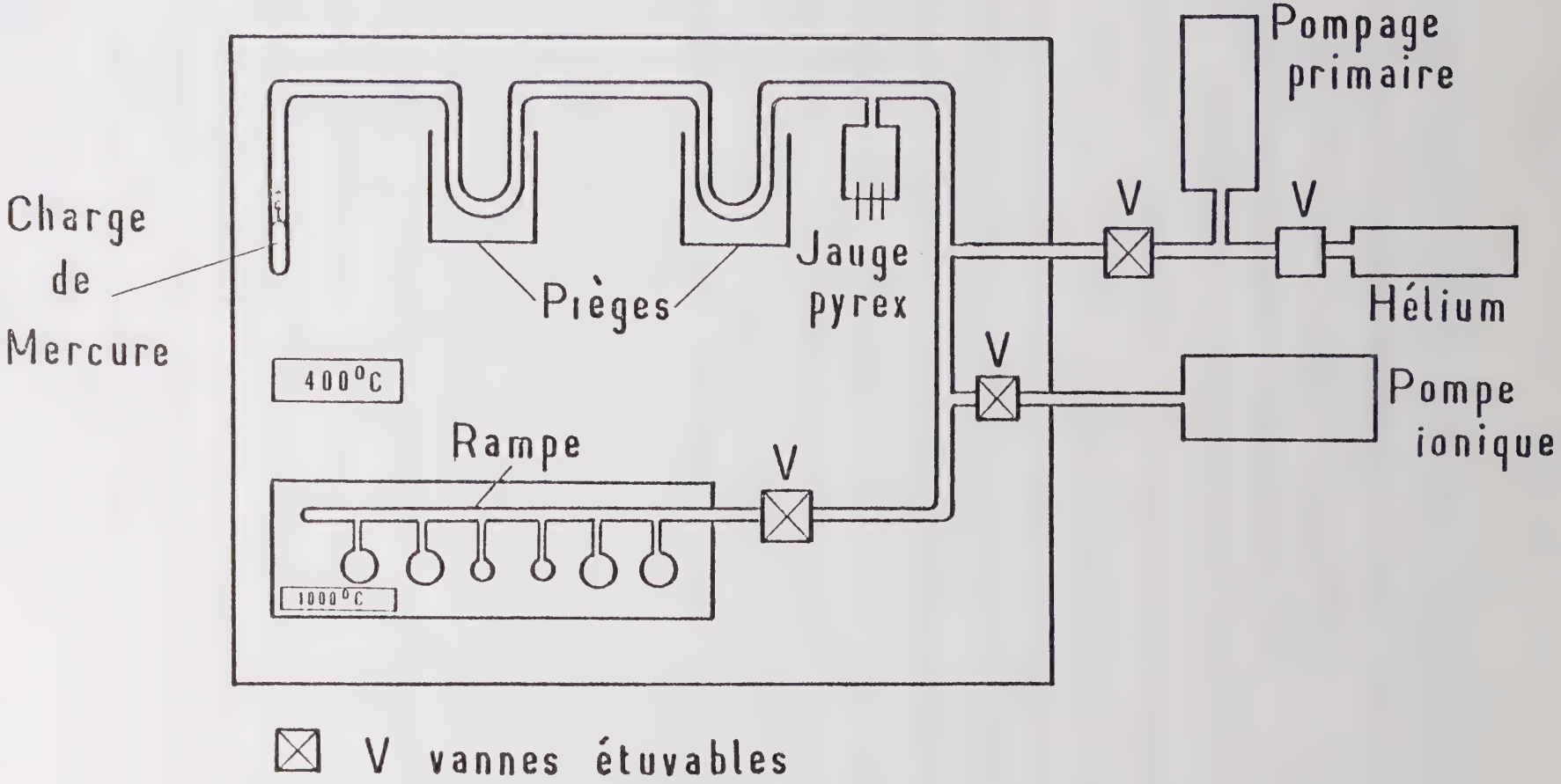

Figure 13 : Schéma du bâti de fabrication des lampes.

membranes flexibles assurant la souplesse nécessaire à l'ensemble. Les trois vannes d'isolement sont étuvables à 400° C en position ouverte. Une pompe ionique dont la vitesse de pompage est de 50 l/s permet d'obtenir une pression résiduelle inférieure à 10^{-7} Pa.

Les deux étuves ont été réalisées au laboratoire. Le four à 400° C de dimensions 0,90 m × 0,80 m × 0,45 m est constitué d'une enveloppe de feutre réfractaire en fibres de silice-alumine maintenue entre deux parois en acier inoxydable. Le four à 1000° C (0,50 m × 0,15 m × 0,15 m) placé à l'intérieur du précédent est réalisé à partir de ce même feutre convenablement mis en forme. Deux résistances électriques pouvant dissiper chacune 2KW assurent le chauffage à 400° C. Celui du four à 1000° C est obtenu à l'aide d'un enroulement constitué d'un fil de nickel-chrome capable de dissiper 500 W. Chaque étuve est équipée d'un thermocouple et d'un régulateur de température, permettant un contrôle à quelques degrés près.

II-A.2.1.2. *Processus de fabrication des lampes*

Quelques milligrammes d'isotope de mercure de masse 202 sous forme métallique sont placés dans une ampoule qui a été prévidée jusqu'à une pression partielle de 10^{-5} Pa. Cette ampoule est ensuite scellée, puis raccordée au bâti de fabrication des lampes.

Après avoir atteint une pression résiduelle de 10^{-7} Pa, la partie en pyrex et en inox est dégazée à 400° C et la partie en quartz à 900° C, pendant 24 heures. L'extrémité de l'ampoule contenant le mercure est ensuite cassée. La remontée en pression est faible et facilement résorbée par la pompe ionique. Le U de distillation est alors refroidi à l'azote liquide et un anneau noir correspondant au dépôt du mercure apparait très rapidement dans une branche du U au-dessus du niveau de l'azote.

Pour éviter une trop grande perte du mercure lors de son transfert, il est nécessaire de chauffer la canalisation le long de son trajet.

Le mercure est ensuite transféré dans les cellules en quartz, après que la pompe ionique ait été isolée et que les cellules à remplir aient été plongées dans l'azote liquide.

Les cellules remplies sont ensuite scellées. Avant cette opération, on peut éventuellement introduire un gaz tampon dont la pression est contrôlée par une jauge à thermocouple dont l'enveloppe est en pyrex.

II-A.2.1.3. *Etude des lampes réalisées*

Nous analysons le spectre d'émission des lampes fabriquées à l'aide d'un monochromateur Jobin-Yvon, à réseau, qui couvre le domaine spectral 180 à 500 nm avec une résolution d'environ 0,1 nm. Le rayonnement diffracté par le monochromateur est détecté à l'aide d'un photomultiplicateur.

Nous avons réalisé deux types de lampes : des lampes dites "sans électrodes" qui sont excitées par couplage capacitif ou inductif dans un oscillateur haute fréquence et des lampes avec électrodes internes alimentées en tension continue ou alternative à 50 Hz. Le premier type de lampe est connu pour fournir des raies intenses peu bruyantes [30] mais avec un mode d'excitation encombrant ce qui n'est évidemment pas le cas des lampes à électrodes internes qui ont de plus l'avantage de permettre un contrôle aisé de leur intensité par le courant qui les traverse.

Lampes sans électrodes

Influence des dimensions de l'ampoule

Dans un premier temps, nous avons excité les lampes dans l'inductance d'un oscillateur qui délivre quelques dizaines de watts à 100 MHz

(Fig. 14) et analysé les spectres de cellules sphériques de diamètres différents. La figure 15 qui correspond à une cellule de diamètre 10 mm présente un grand nombre de raies que nous avons toutes identifiées comme appartenant soit au spectre de l'atome neutre de mercure, soit à celui de l'ion. L'intensité de la raie à 194,2 nm est faible et il existe de nombreuses raies voisines beaucoup plus intenses. Afin d'éliminer ces raies, appartenant au spectre de l'atome, nous avons réalisé des lampes ayant un volume émissif plus grand qui favorise l'auto-absorption des raies atomiques. Le spectre obtenu (Fig. 16) à partir d'une cellule de diamètre 25 mm possède une raie beaucoup plus intense à 194,2 nm et seule persiste la raie de résonance de l'atome à 253,7 nm dans le domaine ultra-violet. Cette lampe est donc mieux adaptée à nos conditions. Cependant sa durée de vie, de deux à trois mois, n'est pas très grande aussi avons-nous chercher à la prolonger.

Influence de la fréquence d'excitation

W.F. Meggers et F.O. Westfall [31] indiquent que la durée de vie d'une lampe à mercure à excitation H.F. croît avec la fréquence de son excitation. Nous avons donc testé différents modes de décharge :

- excitation à 1500 MHz des ondes de surface se propageant le long de la colonne de plasma (surfatron) [32]
- lampe placée au sein d'une cavité résonnante excitée à 915 MHz
- utilisation d'un magnétron à 2450 MHz, le couplage avec la lampe se faisant par l'intermédiaire d'une antenne
- excitation à 100 MHz de la lampe placée dans l'inductance de l'oscillateur.

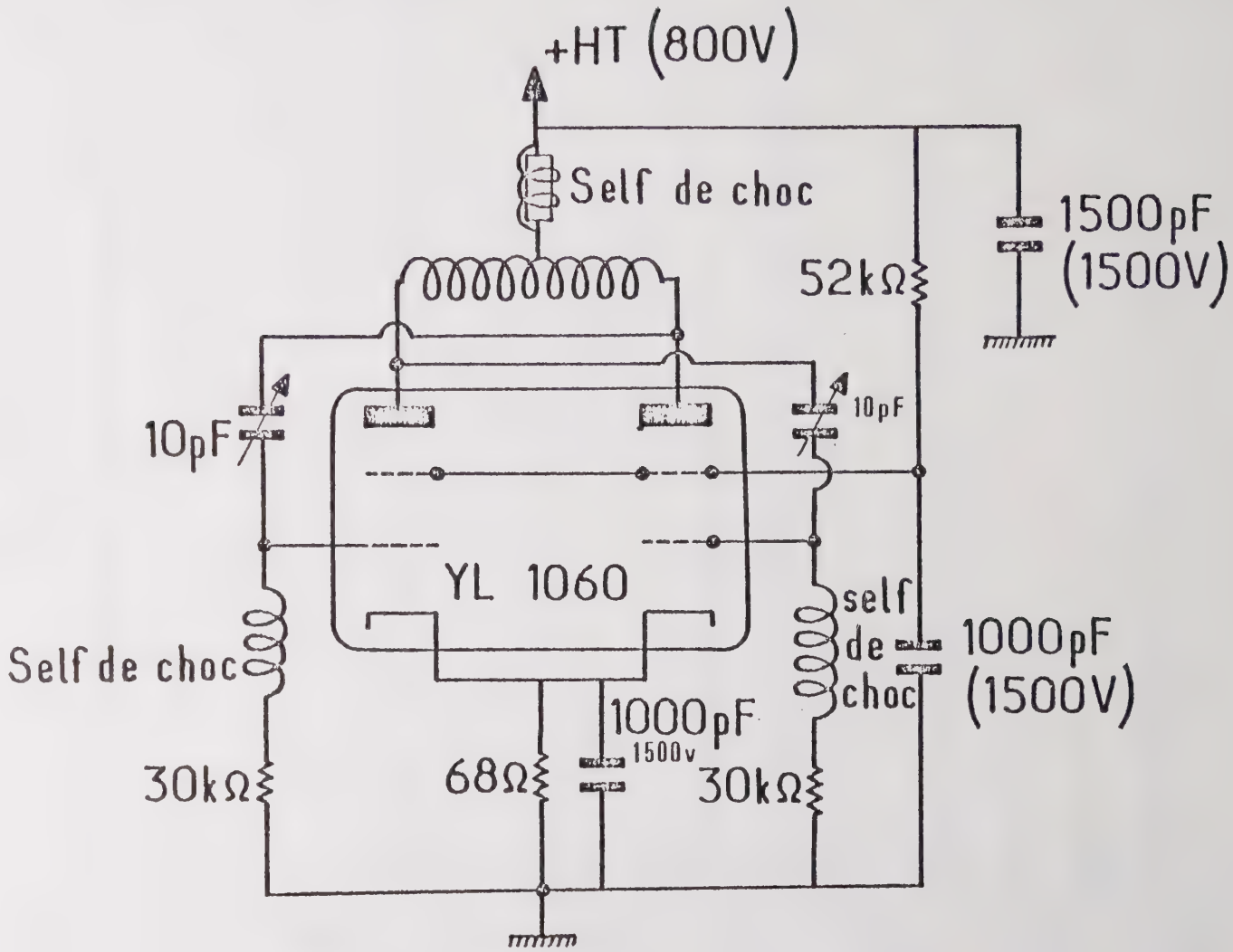

Figure 14 : Schéma de l'oscillateur pour l'excitation des lampes à vapeur de mercure ionisé

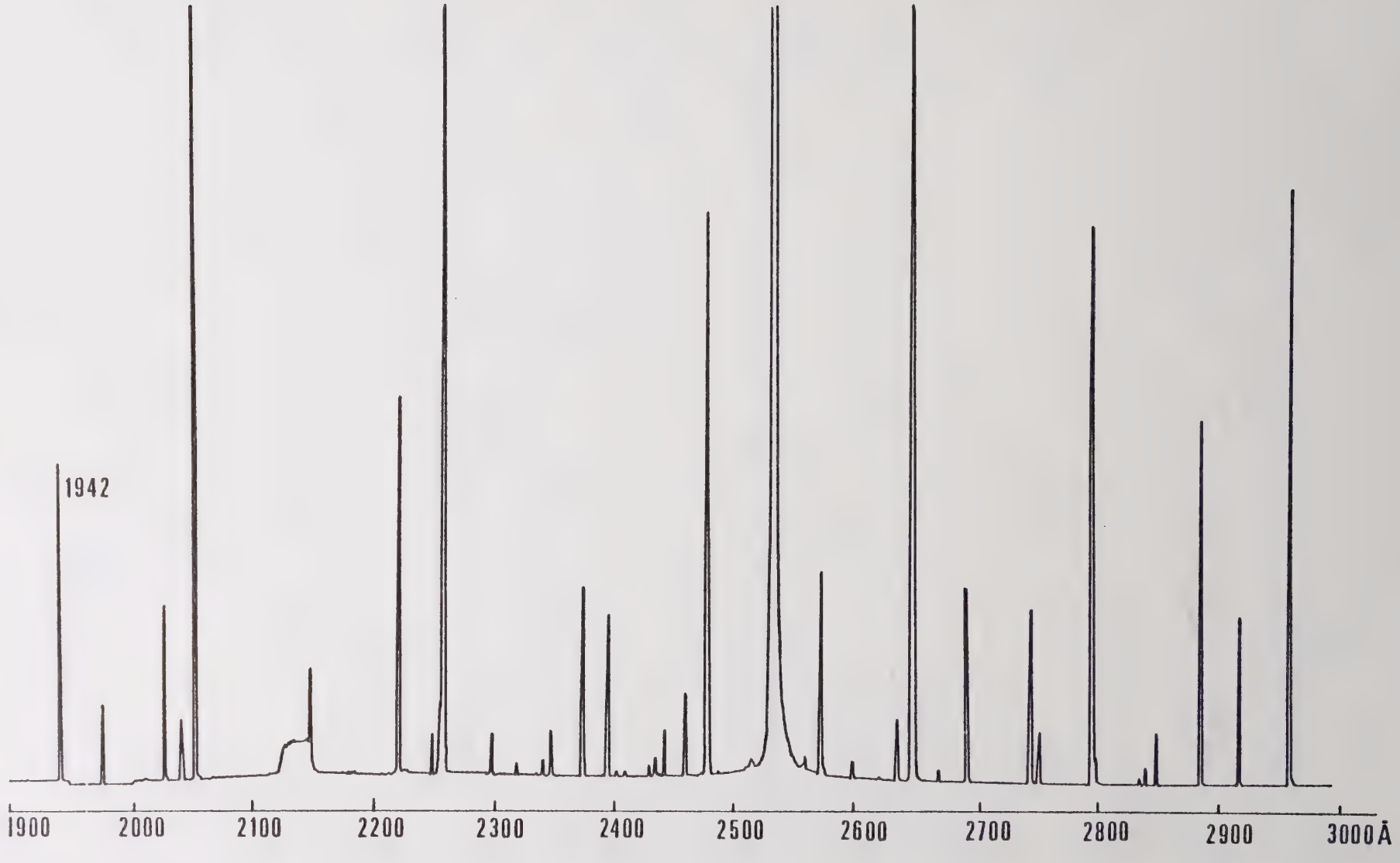

Figure 15 : Spectre obtenu avec une lampe de 10 mm de diamètre excitée à 100 MHz. Toutes les raies sont identifiées.

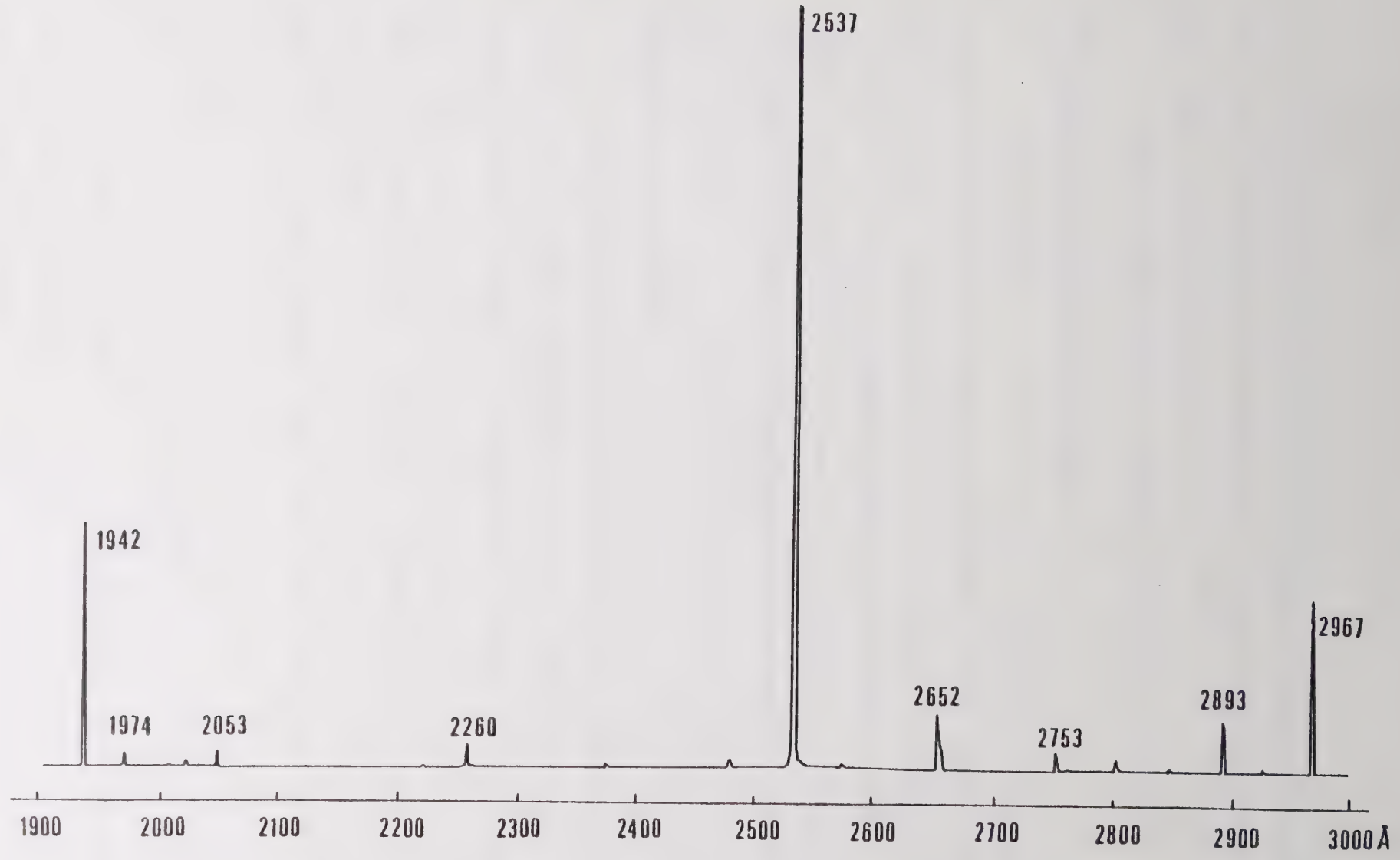

Figure 16 : Spectre obtenu avec une lampe de 25 mm de diamètre excitée à 100 MHz. La raie utile à 194,2 nm est bien séparée des raies parasites voisines.

Ces tests nous ont montré que, lorsque la fréquence augmente, l'intensité de la raie à 194,2 nm diminue notablement en valeur absolue, ainsi que par rapport à celle de la raie à 253,7 nm.

Nous avons donc adopté le système d'excitation à 100 MHz.

Influence de la température de la lampe

L'intensité de la raie à 194,2 nm est plus grande dans les premiers instants de fonctionnement de la décharge, lorsque le gaz n'est pas encore réchauffé. Aussi en refroidissant en permanence les ampoules par un jet d'air, nous avons conservé ce mode de fonctionnement favorable qui permet d'obtenir un gain d'un facteur 3 sur l'intensité à la raie à 194,2 nm par rapport à l'intensité de la même raie émise par une lampe non refroidie.

Influence d'un gaz tampon

Nous avons fabriqué des lampes contenant divers gaz tampons (hélium, argon) à différentes pressions (0,6 à 9 Torrs). Ces lampes présentent certains avantages : leur allumage est facile, leur fonctionnement très stable et leur durée de vie est importante. Leur spectre d'émission est comparable à celui d'une lampe de même forme sans gaz tampon mais l'intensité de la raie à 194,2 nm est de 10 à 100 fois plus faible que celle des lampes sans gaz tampon. Nous n'avons donc pas retenu cette solution.

Lampes avec électrodes

Les lampes de ce type les plus performantes qui ont été réalisées (Fig. 17) au laboratoire ont un spectre comparable à celui des lampes sans électrode optimisées mais avec une intensité de la raie à 194,2 nm

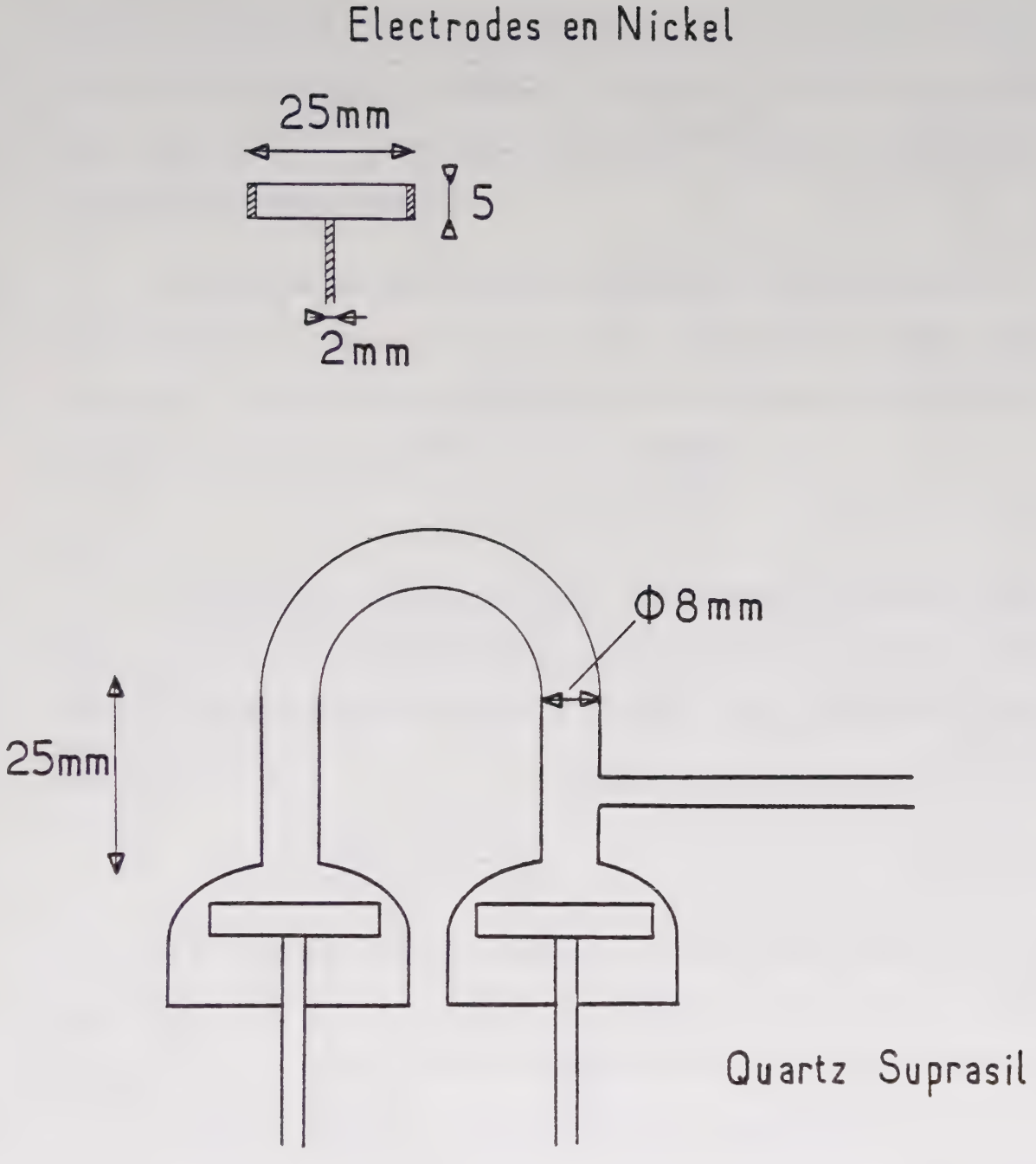

Figure 17 : Lampe avec électrodes réalisée au laboratoire.

six fois plus faible. Un autre inconvénient de ces lampes est qu'elles utilisent une quantité relativement importante de mercure (environ 200mg) alors que les isotopes, nécessaires au pompage optique, ne peuvent être fournis que parcimonieusement.

En conclusion, nous estimons actuellement que les lampes les mieux adaptées au pompage optique de l'ion $^{199}Hg^{+}$ sont les lampes "sans électrodes" excitées dans l'inductance d'un oscillateur à 100 MHz, de diamètre 25 mm et ne contenant pas de gaz tampon.

Flux de photons émis à 194,2 nm

Si I_L est le courant fourni par le photomultiplicateur quand la raie à 194,2 nm est sélectionnée par le monochromateur, le flux de photons $\mathcal{N}'$ émis par unité de surface de la lampe à cette longueur d'onde est donné par :

$$\mathcal{N}' = \frac{I_L}{\eta G_L e} \frac{4\pi}{\Omega_L} \frac{\gamma_{eff}}{S_L}$$

où η est le rendement quantique du photomultiplicateur (η = 0,2), G_L son gain ($G_L = 40\ 10^6$), γ_{eff} l'efficacité du monochromateur à 194 nm (γ_{eff} = 0,5), Ω_L l'angle solide de détection et S_L la surface émissive.

Dans les conditions usuelles définies précédemment, on a

$$\mathcal{N}' = 10^{20} \text{ photons } s^{-1}\ m^{-2}.$$

II-A.2.2. *Systèmes optiques*

II-A.2.2.1. Système optique de pompage (Fig. 18)

Il est conçu pour que le flux de photons traversant la cage soit maximum en produisant le moins possible de lumière parasite vers le système de détection.

Pour obtenir un éclairement maximum en chaque point de la surface illuminée, on utilise un faisceau aussi ouvert que possible que l'on focalise ensuite au centre de la cage. Les aberrations sphériques qui apparaissent lorsque l'on s'éloigne de l'axe optique sont minimisées par l'utilisation d'une lentille biconvexe de distance focale f travaillant en grandissement 1. La distance entre la fenêtre d'entrée de l'enceinte à vide entourant la trappe et le centre de la cage impose une valeur limite inférieure pour f, la lentille étant placée le plus près possible de cette fenêtre. En conséquence nous avons choisi une lentille de distance focale f = 45 mm.

Le faisceau de pompage est défini par deux diaphragmes à bords tranchants et réguliers afin de minimiser le nombre de photons qu'ils diffusent dans la direction de la cage. Les bords des diaphragmes réalisés au laboratoire ont un rayon de courbure de l'ordre de 0,01 mm, inférieur aux rayons de courbure des réalisations commerciales spécialisées.

La position et le diamètre des deux diaphragmes ont été calculés pour satisfaire les critères suivants :

- le faisceau qu'ils définissent ne frappe aucun autre diaphragme pendant tout le reste du parcours optique,
- l'image du premier diaphragme à travers le système optique de pompage est au centre de la cage,

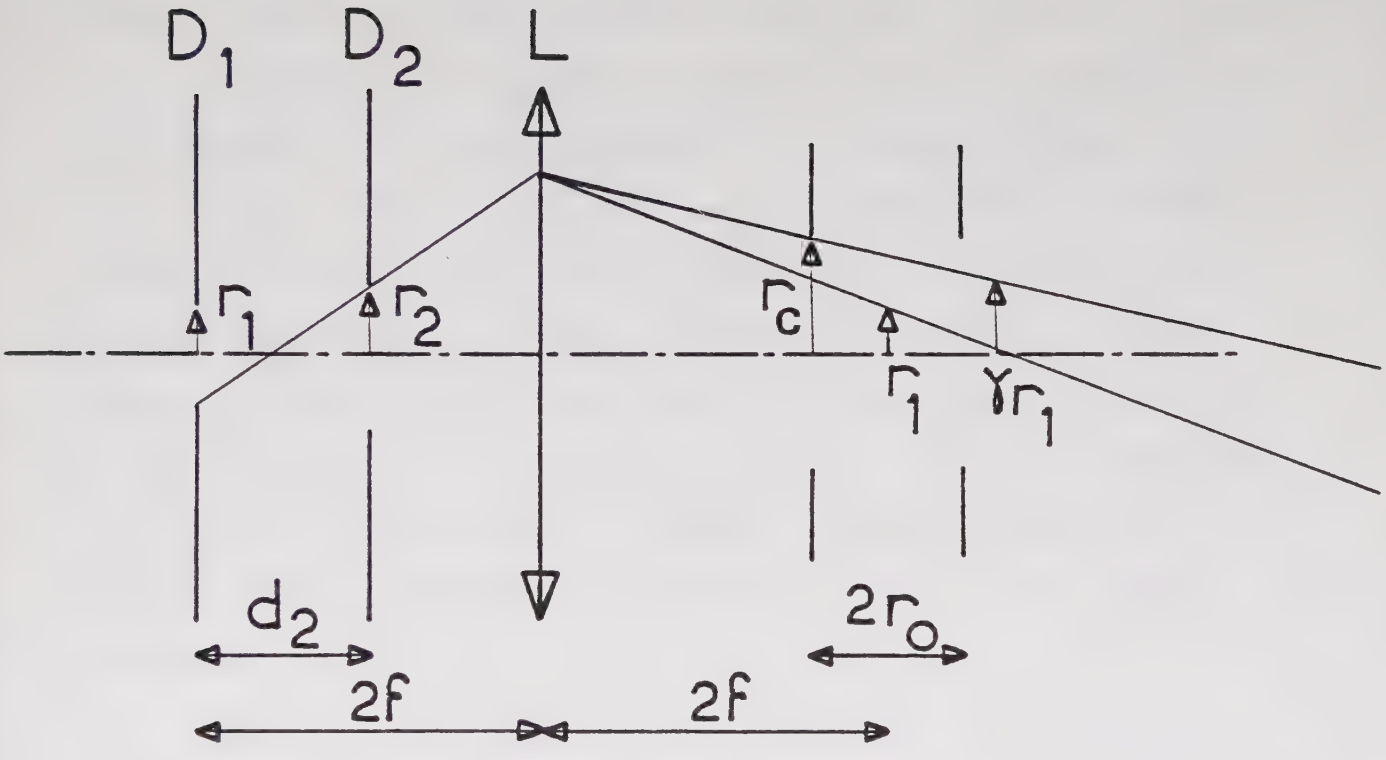

Figure 18 : Optique d'illumination des ions.

- le flux de photons traversant la cage est maximum.

Les autres diaphragmes du système sont la monture de la lentille et les trous d'entrée et de sortie du faisceau dans la cage. Du fait des aberrations chromatiques de la lentille, le faisceau émergent, présente une certaine dispersion. Comme le spectre d'émission des lampes que nous utilisons comporte des raies intenses de l'atome dans le visible, à un objet sur l'axe optique, correspondent plusieurs images dont l'étalement dépend de la dispersion de l'indice de réfraction de la lentille utilisée, lorsque la longueur d'onde du rayonnement varie de l'ultra-violet au visible. L'indice de réfraction de la lentille variant de 1,56 à 200 nm à 1,47 à 400 nm, l'image visible de la lampe se trouve à 124,3 mm de la lentille alors que l'image à 149 nm est au centre de la cage à 90 mm de la lentille. Le grandissement associé à l'image visible est $\gamma = 1,38$. Il est indispensable d'en tenir compte pour que le faisceau de pompage ne touche pas les bords des orifices d'entrée et de sortie de la cage dont les diamètres sont égaux à $2r_c = 16$ mm.

Le premier diaphragme D_1, situé près de la source lumineuse est à une distance 2f de la lentille L, son rayon est r_1. Le deuxième diaphragme D_2, de rayon r_2, placé à une distance $d_2 = 45$ mm de D_1 définit l'ouverture du faisceau de pompage. Le faisceau ainsi collimaté ne touche aucun autre bord de diaphragme lorsque la relation suivante entre r_1 et r_2 est satisfaite :

$$r_1 = \frac{\gamma r_c\, d_2 - [2f(\gamma-1)+r_o]\, r_2}{[2f-(\gamma+1)r_o]\, d_2+[2f(\gamma-1)+r_o]\, 2f}\, 2f$$

(on néglige les aberrations autres que l'aberration chromatique).

Le flux lumineux transmis est proportionnel au produit $(r_1 r_2)^2$ qui présente un maximum pour

$$r_2 = \frac{\gamma r_c d_2}{2[2f(\gamma-1)+r_o]}$$

On en déduit r_2 = 4,7 mm et r_1 = 3,26 mm.

L'angle solide d'illumination est alors 3,4 10^{-2} st. Le tube contenant l'optique ainsi que les diaphragmes ont été noircis. Le taux de réjection de la lumière diffusée issue du faisceau de pompage ainsi collimaté est de 10^6. Le nombre de photoélectrons de lumière parasite détectés est alors typiquement de 5×10^4 s^{-1}, il est dû en grande partie aux réflexions sur les faces de la lentille qui produisent des images parasites de la source. Nous verrons plus loin qu'étant donnée l'intensité des signaux de fluorescence, ce taux de réjection est satisfaisant. L'élimination complète de la lumière parasite ne réduirait l'amplitude des fluctuations du signal que d'un facteur 3.

II-A.2.2.2. Système optique de détection de la fluorescence (Fig. 19)

Il a été conçu et réalisé par le service de Physique Générale de l'ONERA.

Un système centré dioptrique permet de collecter la lumière émise par les ions au centre de la cage, dans un grand angle solide de 1,84 stéradian d'axe vertical perpendiculaire à l'axe optique d'illumination. La première lentille, placée à quelques mm de la fenêtre en quartz située au dessus du chapeau supérieur de la cage, réduit l'ouverture du faisceau lumineux. La première face de cette lentille est sphérique, centrée sur l'objet, la deuxième face travaille aux points aplanétiques du dioptre sphé-

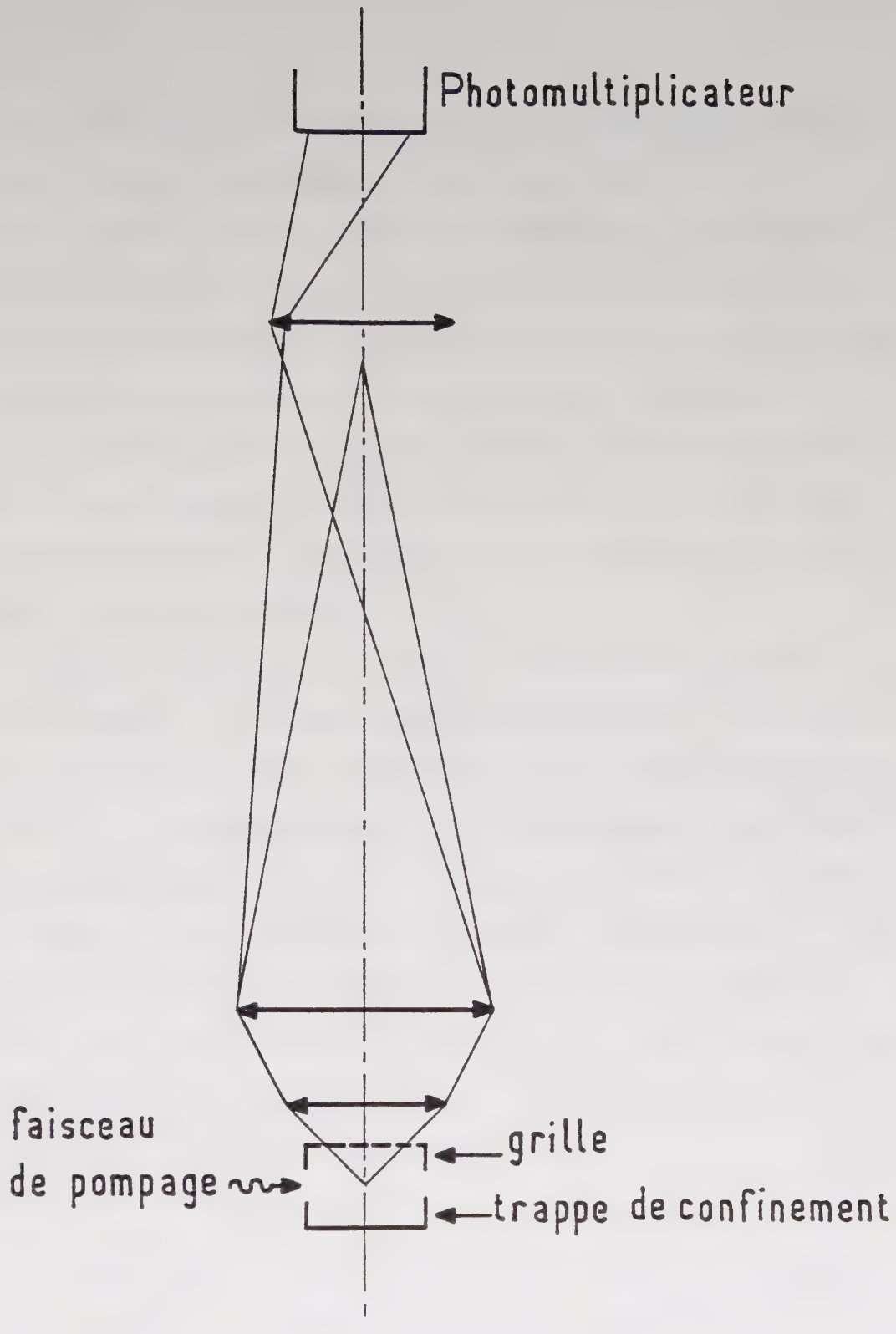

Figure 19 : Schéma de l'optique de détection de la fluorescence.

rique. Cette lentille est aplanétique puisqu'elle comporte deux surfaces travaillant chacune pour un couple de points aplanétiques.

Une deuxième lentille située près de la première, crée une image intermédiaire du centre de la cage à proximité du photomultiplicateur. Cette lentille est de forme sphéro-parabolique de telle sorte que l'aberration sphérique soit corrigée pour le couple de points considérés.

Une troisième lentille projette la pupille de sortie du système formé par les deux premières lentilles sur la photocathode du photomultiplicateur. Cette lentille est également de forme sphéro-parabolique afin de corriger l'aberration sphérique.

Le photomultiplicateur qui permet la détection des photons de fluorescence est aveugle, son rendement quantique est de $5\ 10^{-2}$ à 194,2 nm et de $6\ 10^{-5}$ dans le visible (Fig. 20). L'adjonction d'un filtre interférentiel à 194,2 nm, de largeur spectrale 20 nm, est nécessaire pour compléter le filtrage de la lumière émise par la photocathode du canon à électrons et de la lumière diffusée du faisceau de pompage. Le rendement de l'optique de détection, K, est déterminé à partir de l'angle solide de détection Ω_D = 1,84 sr, de la transmission du système qui est 0,53, du rendement quantique du photomultiplicateur égal à 0,05 et de la transmission du filtre interférentiel soit 20 %. On a finalement

$$K = 8\ 10^{-4}.$$

Les impulsions de courant délivrées par le photomultiplicateur après mise en forme, sont comptées. En l'absence d'ions confinés, le nombre de photoélectrons détectés se décompose typiquement de la façon suivante : 40 s^{-1} sont dûs au bruit propre du photomultiplicateur, 150 s^{-1} sont dûs aux photons issus de la thermocathode, 50 000 s^{-1} sont dûs aux photons

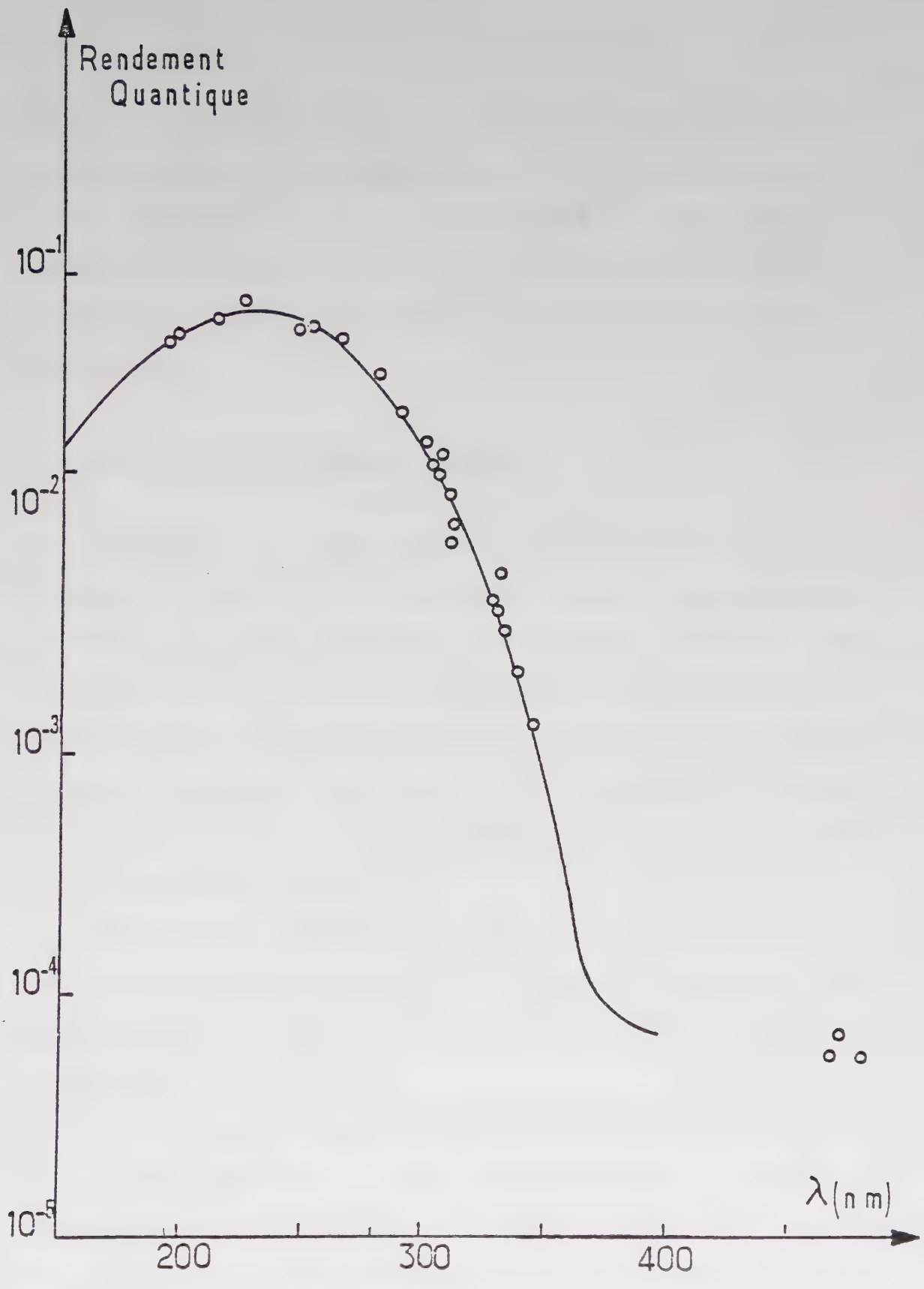

Figure 20 : Courbe de sensibilité du photomultiplicateur "aveugle" type EMP 543F. La courbe en trait plein est fournie par le constructeur ; les points représentent les valeurs déterminées expérimentalement.

diffusés vers la détection, issus du faisceau de pompage. Enfin 7000 s^{-1} sont dûs aux photons de fluorescence émis par les atomes excités par les électrons. En réduisant la tension de chauffage de la cathode ainsi que la tension d'accélération des électrons, cette dernière source de bruit a pu être réduite de plus d'un facteur 10 tout en produisant un nombre d'ions suffisant.

II-A.3. EXCITATION DE LA RESONANCE HYPERFINE

La fréquence du signal destiné à exciter la résonance hyperfine est voisine de 40,507348 GHz. Ce signal doit posséder une excellente pureté spectrale afin que ses instabilités de fréquence ne contribuent pas, de façon significative, au bruit à la détection et n'élargissent pas la résonance hyperfine. C'est la raison pour laquelle la méthode de la synthèse directe de fréquence a été utilisée ; c'est celle qui est la plus généralement employée dans les étalons de fréquence qui utilisent comme référence, une transition atomique.

Pour ce type d'application, l'emploi d'un oscillateur pilote à 5 MHz d'excellente qualité est nécessaire [33] : en effet, sa fréquence devant être multipliée par un facteur voisin de 8000, son piédestal de bruit sera en conséquence relevé de 78 dB.

Par ailleurs, la puissance du signal à 40,5 GHz doit être au minimum de quelques microwatts. Le schéma de synthèse choisi est représenté sur la figure 21. Le signal délivré par le synthétiseur est ajouté à une étape de la synthèse telle que la contribution de ses imperfections à la pureté finale soit négligeable.

Cette chaîne de synthèse est utilisée dans la boucle d'asservissement qui permet de contrôler la fréquence de l'oscillateur à 5 MHz par la

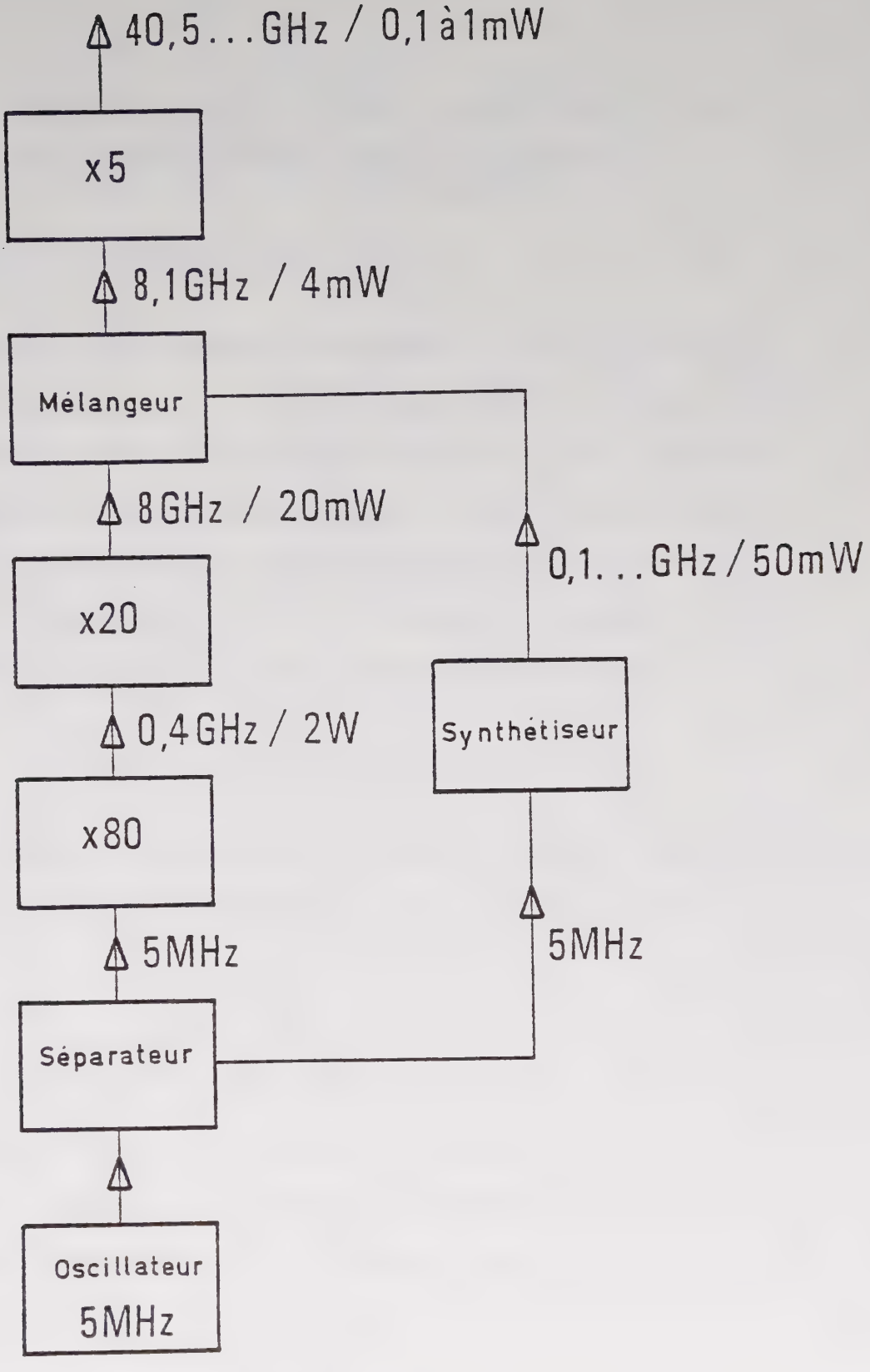

Figure 21 : Schéma de la chaîne de synthèse de fréquence à 40,5 GHz

fréquence de la structure hyperfine du mercure ionisé, ainsi que pour l'étude détaillée des propriétés de cette transition hyperfine.

II-A.3.1. *Multiplicateur de 5 à 100 MHz*

Comme nous l'avons signalé précédemment, il est très important de minimiser la variation de la phase des signaux dans les premiers étages multiplicateurs. En effet, toute variation de phase $d\phi_1$ dans le premier étage, par exemple, se trouve multipliée par le facteur multiplicateur global et à la sortie à 40 GHz, la variation de phase est $d\phi_2 = 8000\ d\phi_1$. Si $d\phi_1$ résulte d'une variation df_1 de la fréquence de résonance du premier circuit accordé à 5 MHz, dont la bande passante est Δf_1, on a :

$$d\phi_2 = 4\pi 10^3 \frac{df_1}{\Delta f_1} \quad .$$

Toute variation temporelle de df_1 due, par exemple, à des effets thermiques, entraîne donc une variation de la fréquence de sortie df_2 telle que

$$df_2 = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_2}{dt} = \frac{2\,10^3}{\Delta f_1} \frac{df_1}{dt}$$

Pour que df_2 soit le plus petit possible, il faut donc :
- minimiser les variations de la fréquence de résonance f_1 ;
- rendre la bande passante Δf_1 aussi grande que possible tout en conservant un circuit suffisamment sélectif.

Le schéma retenu est représenté sur la figure 22, l'amplificateur d'entrée à large bande est constitué par le montage cascode T_1, T_1', T_1'' [34].

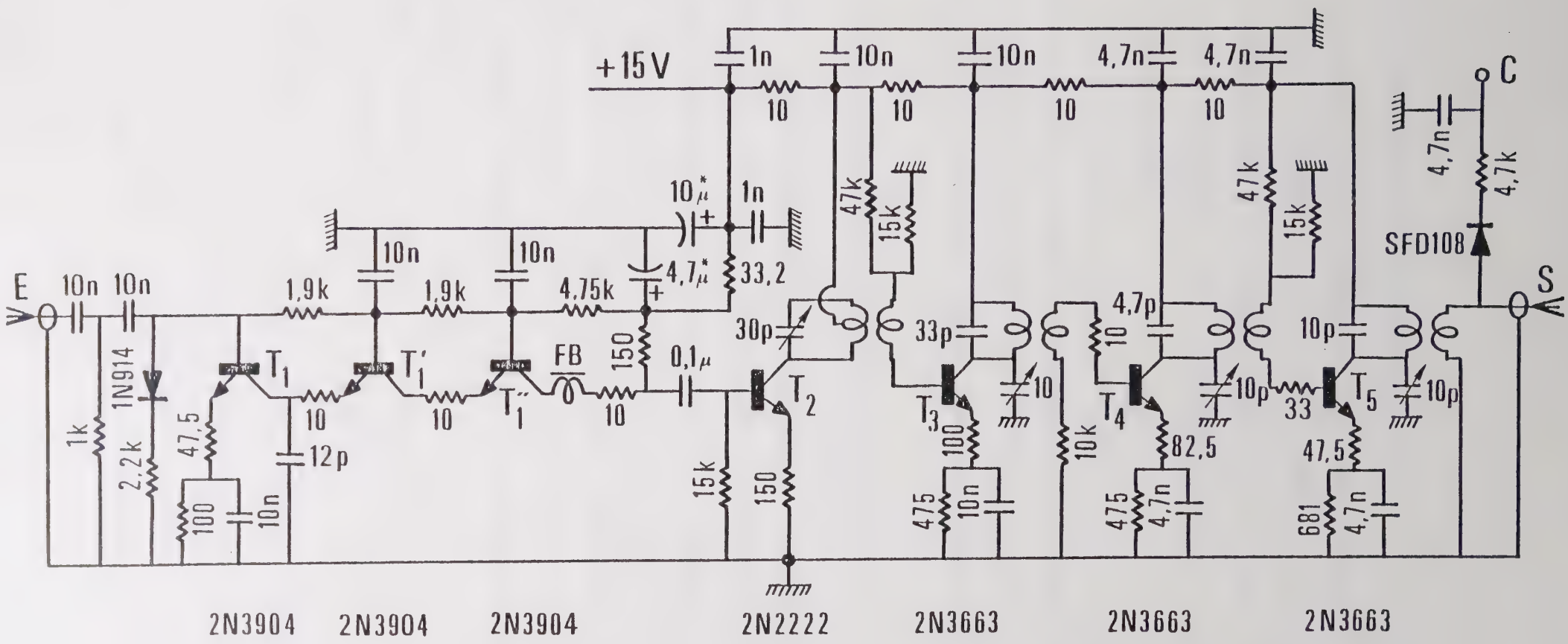

Figure 22 : Schéma du multiplicateur de fréquence de 5 à 100 MHz

La multiplication 5-25 MHz est réalisée par l'étage T_2. T_3 amplifie et filtre le signal à 25 MHz, la réjection des bandes latérales à 5 MHz étant suffisante avec ce seul étage de filtrage. La multiplication par un facteur 4 est accomplie dans le quatrième étage T_4 et le signal à 100 MHz obtenu est filtré et amplifié dans le dernier étage T_5. La puissance disponible est alors de 25 mW.

La figure 23 représente la valeur mesurée de la densité spectrale du bruit de phase de cet étage. Sa contribution aux instabilités de fréquence de l'oscillateur à quartz asservi sur la fréquence de la résonance hyperfine est de $3,3\ 10^{-15}$ pour des temps de comptage supérieurs à 1 s.

II-A.3.2. *Multiplicateur de 100 à 400 MHz*

Son schéma est représenté sur la figure 24. Le transistor T_1 amplifie le signal à 100 MHz et la multiplication de fréquence par un facteur 4 est assurée par T_2. Les transistors T_3 et T_4 assurent le filtrage et l'amplification du signal à 400 MHz ainsi que l'adaptation à 50 Ω de l'impédance de sortie. La puissance de sortie à 400 MHz est de 2 W. Un filtre passif supplémentaire parfait l'élimination des harmoniques indésirables du signal à 100 MHz. Après ce filtre, la puissance disponible à 400 MHz est de 1,3 W. La pureté spectrale est excellente. En effet, si l'on prend comme référence la puissance du signal à 400 MHz la puissance relative délivrée aux fréquences des raies parasites est inférieure à -50 dB.

II-A.3.3. *Multiplicateur-mélangeur 400 MHz - 40,5 GHz*

Son schéma-bloc est représenté sur la figure 25. Il a été réalisé par LTT. Un multiplicateur par 20, comprenant une diode à recouvrement rapide produit un signal à 8 GHz qui est filtré dans une cavité coaxiale.

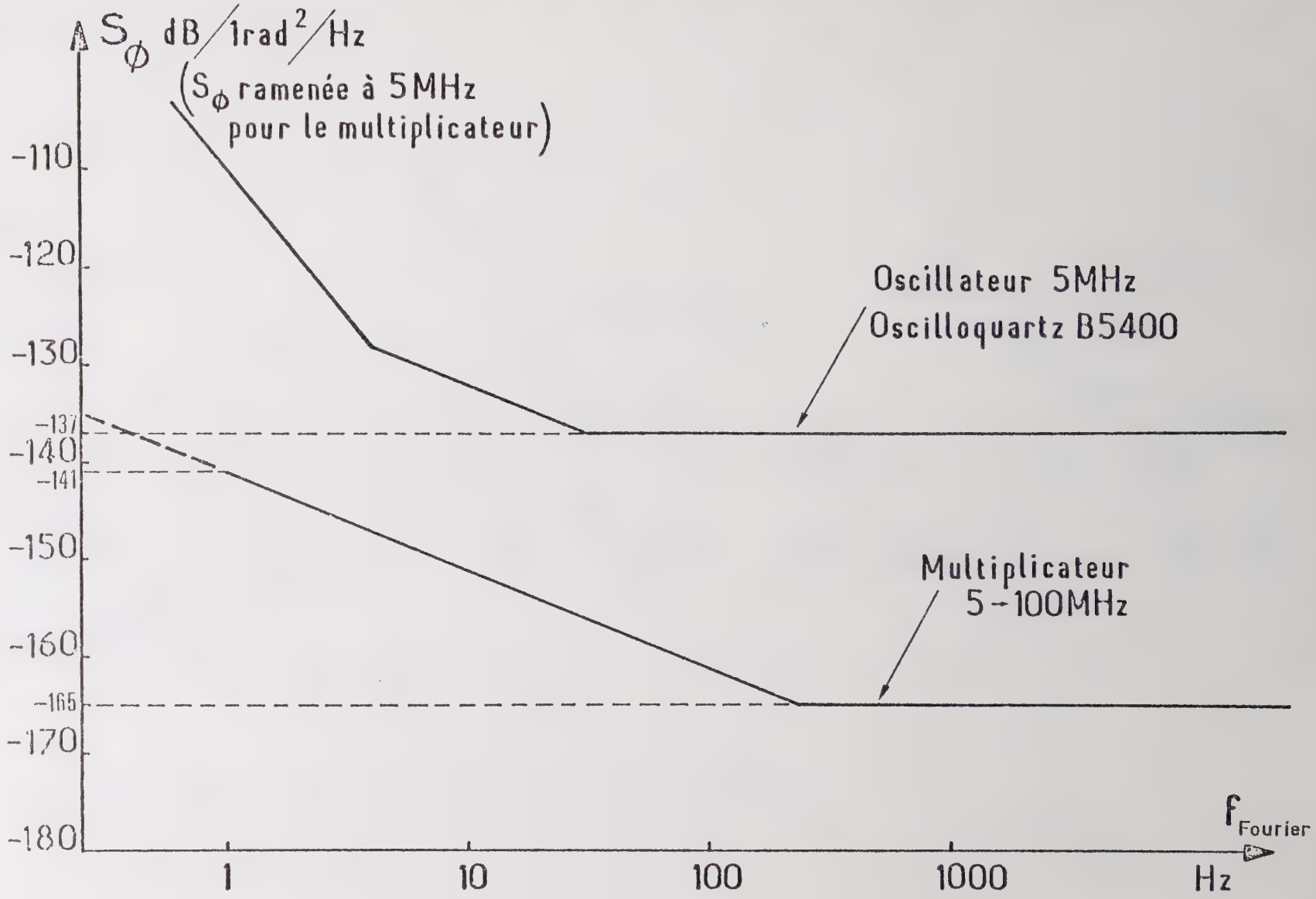

Figure 23 : Densité spectrale du bruit de phase introduit par les multiplicateurs de 5 à 100 MHz

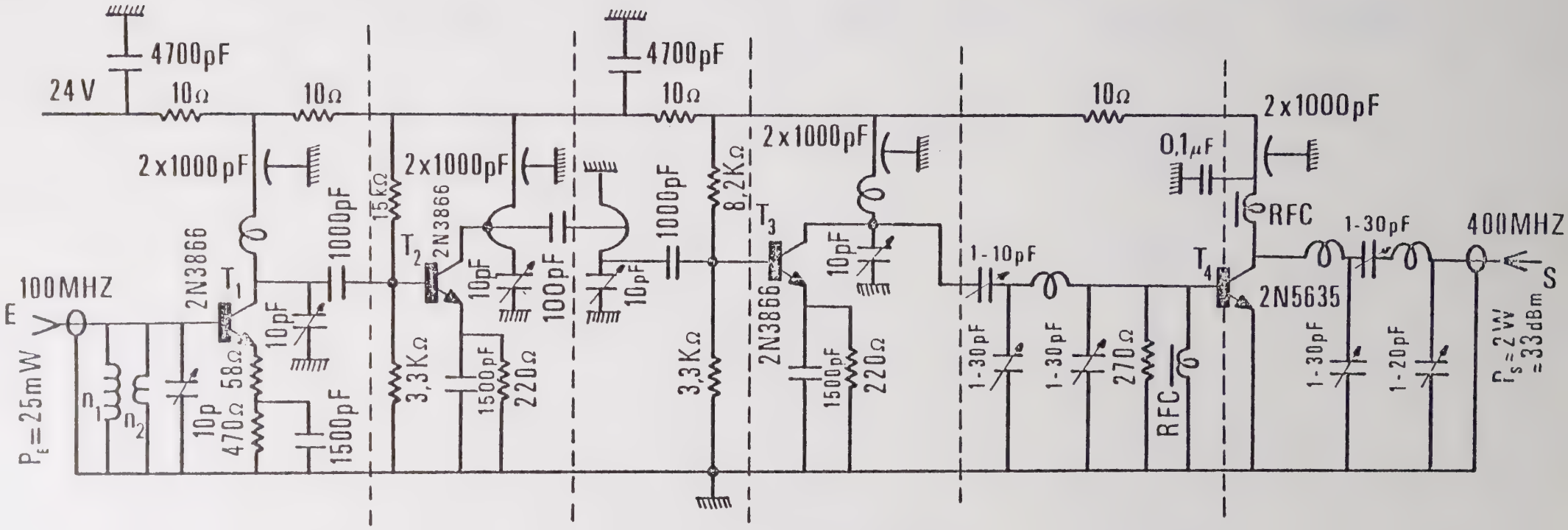

Figure 24 : Schéma du multiplicateur de fréquence de 100 à 400 MHz.

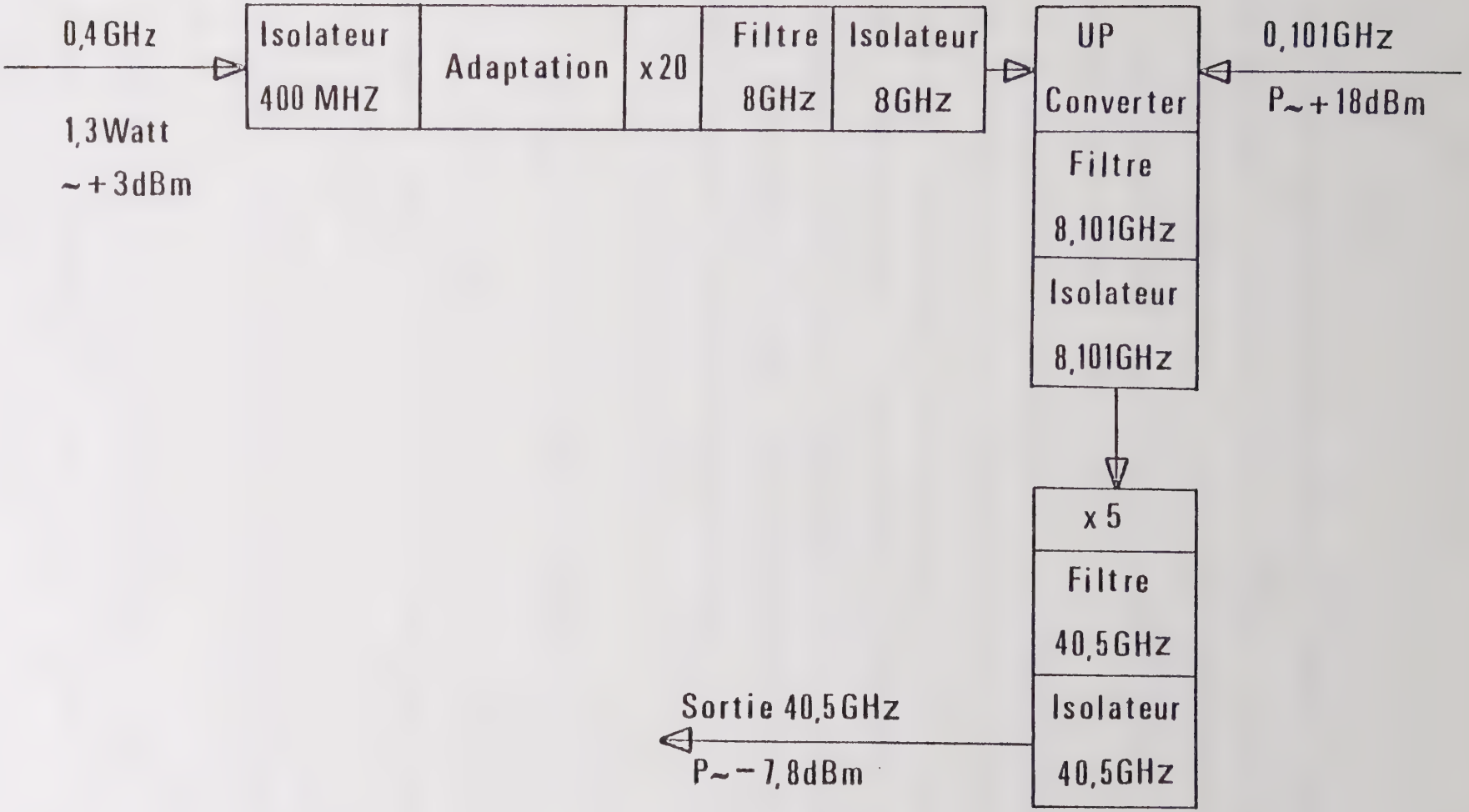

Figure 25 : Schéma du bloc de multiplicateur-mélangeur de 400 MHz à 40,5 GHz.

Le signal à 101 MHz délivré par un synthétiseur de fréquence piloté par le même oscillateur de référence à 5 MHz, est mélangé au signal à 8 GHz et la bande latérale supérieure à 8, 101 GHz est sélectionnée et filtrée. Enfin la multiplication par 5 est obtenue à l'aide d'un varactor et le signal à 40,5 GHz est isolé par filtrage.

La figure 26 montre la variation de la puissance de sortie à 40,5 GHz en fonction de la puissance d'entrée à 400 MHz. Pour une puissance d'entrée de 1,3 W à 400 MHz, nous avons mesuré 0,17 mW en sortie à 40,5 GHz, en conformité avec les spécifications du constructeur. La puissance disponible est donc largement suffisante pour notre application. Le signal à 40,5 GHz est introduit dans la cage de confinement par l'intermédiaire d'un cornet. Un atténuateur variable permet d'ajuster sa puissance, et donc la saturation de la résonance.

II-A.3.4. *Détection de la résonance hyperfine*

Le champ magnétique vertical et uniforme qui découple les niveaux Zeeman hyperfins des ions $^{199}Hg^{+}$ est créé par deux bobines placées en position de Helmoltz autour de la trappe et à l'intérieur d'un blindage magnétique. Celui-ci est réalisé par deux écrans cylindriques en mumétal. Les inhomogénéités magnétiques mesurées dans cette enceinte sont inférieures à 0,2 mG.

Les photoélectrons délivrés par le photomultiplicateur sont comptés et les résultats du comptage sont accumulés dans les canaux d'un moyenneur multicanaux. La fréquence f du signal microonde est modulée par l'intermédiaire du synthétiseur à 101, 469 ... MHz à partir de la base de temps interne du moyenneur.

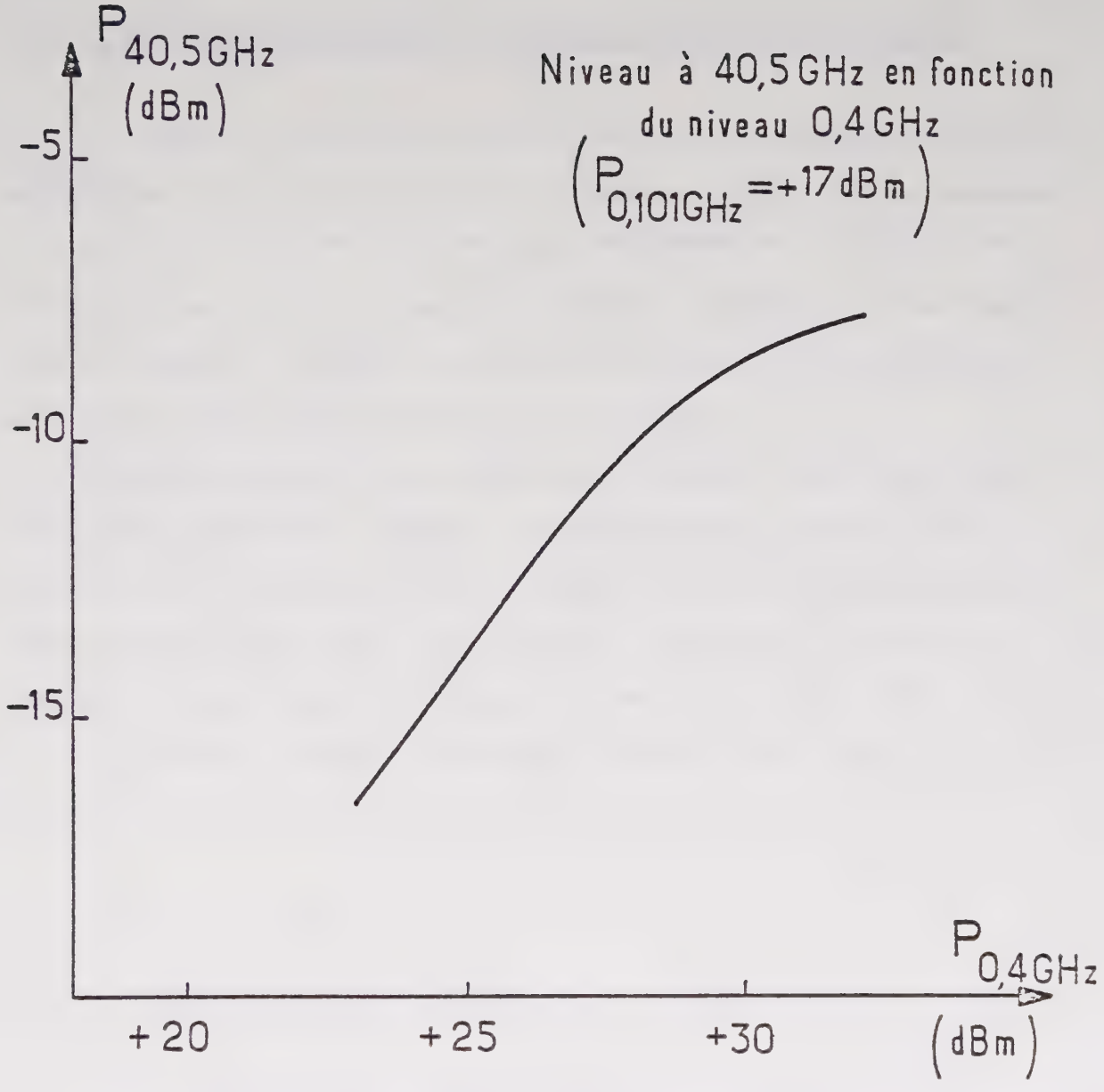

Figure 26 : Variation de la puissance de sortie à 40,5 GHz en fonction de la puissance d'entrée à 400 MHz.

II-B.RESULTATS EXPERIMENTAUX

Dans ce paragraphe nous présentons l'ensemble des mesures de fluorescence qui nous ont permis d'étudier la résonance hyperfine et de mesurer les taux de relaxation des ions confinés et pompés optiquement.

II-B.1. SIGNAL DE FLUORESCENCE EN L'ABSENCE D'IRRADIATION MICROONDE

Lorsque l'expérience de double résonance est réalisée, nous avons montré (Chapitre I-3.2) qu'au signal résonnant proprement dit se superpose un signal de fluorescence constant $I_{rel.}$ qui dépend de l'efficacité du pompage optique par rapport aux autres causes de relaxation . Nous mesurons ce signal en l'absence d'irradiation microonde en modulant la présence des ions dans la trappe de la manière suivante :

- la composante continue de la tension de confinement prend deux valeurs successives différentes : pendant une demi-période, une valeur très négative (- 47 V) chasse les ions de la cage, pendant la demi-période suivante une valeur de quelques volts permet à nouveau de les confiner. On observe l'évolution corrélée du signal de fluorescence (Fig. 27).

Pendant la période transitoire, le nombre total d'ions n(t) croît suivant la relation suivante, déduite de l'équation (1) :

$$n(t) = \frac{I_o}{\gamma_s} (1-e^{-\gamma_s t}) \qquad (31)$$

Dans ces conditions l'équation (3) devient, quand b = o :

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} + \Gamma_1 \rho_{11} = \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{4} (1-e^{-\gamma_s t})$$

La solution de cette équation reportée dans les relations (9) et (22) donne l'évolution temporelle du signal de fluorescence I(t) qui croît jusqu'à la valeur d'équilibre I_{rel} d'après la relation :

$$I(t) = \frac{9}{8} K\gamma_p n \left[(1-\frac{\gamma_p}{\Gamma_1})(1-e^{-\Gamma_1 t}) + \frac{\gamma_1}{\Gamma-\gamma_s} (e^{-\Gamma_1 t} - e^{-\gamma_s t})\right] \qquad (32)$$

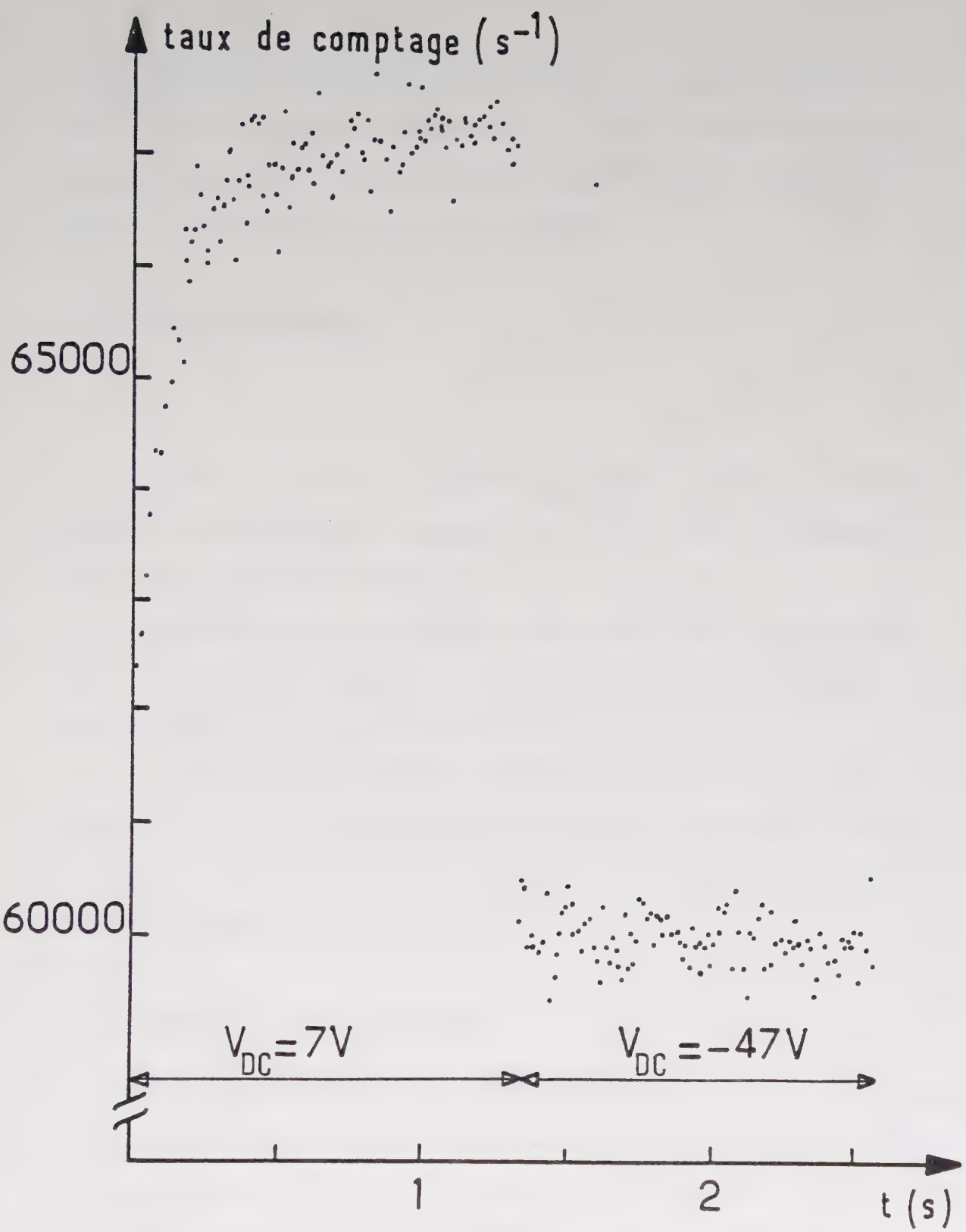

Figure 27 : Signal de fluorescence en l'absence d'irradiation microonde lorsque la présence des ions dans la trappe est modulée (V_{DC} = 7 V : confinement des ions, V_{DC} = - 47 V : pas d'ions confinés).

On tend donc vers l'équilibre avec une constante de temps qui dépend du temps de séjour des ions dans la trappe, du temps de pompage optique et du temps de relaxation entre les niveaux hyperfins; cette constante de temps est typiquement de l'ordre de la seconde.

II-B.2. RESONANCE HYPERFINE

Lorsque l'équilibre précédent est atteint on excite la transition hyperfine par l'irradiation microonde dont on fait varier la fréquence autour de la fréquence de résonance.

La figure 28 représente une courbe obtenue dans ces conditions, chacun des points correspond à un temps de mesure de 1 s. L'amplitude du signal est 6000 s^{-1}, le fond continu 50 000 s^{-1}.

La fluorescence résiduelle contribue pour 8500 s^{-1} à ce fond, le restant étant dû à la lumière parasite provenant du faisceau de pompage. La largeur à mi-hauteur de cette courbe : 8,8 Hz, correspond à une saturation de la transition d'environ 90 %.

II-B.3. MESURE DES TAUX DE RELAXATION

Nous avons développé une méthode de mesure de ces taux, s'appuyant sur le fait qu'il est très facile de créer ou de faire disparaitre les ions à l'aide d'un champ électrique. Nous décrivons cette méthode et les résultats obtenus dans des conditions typiques de fonctionnement [35].

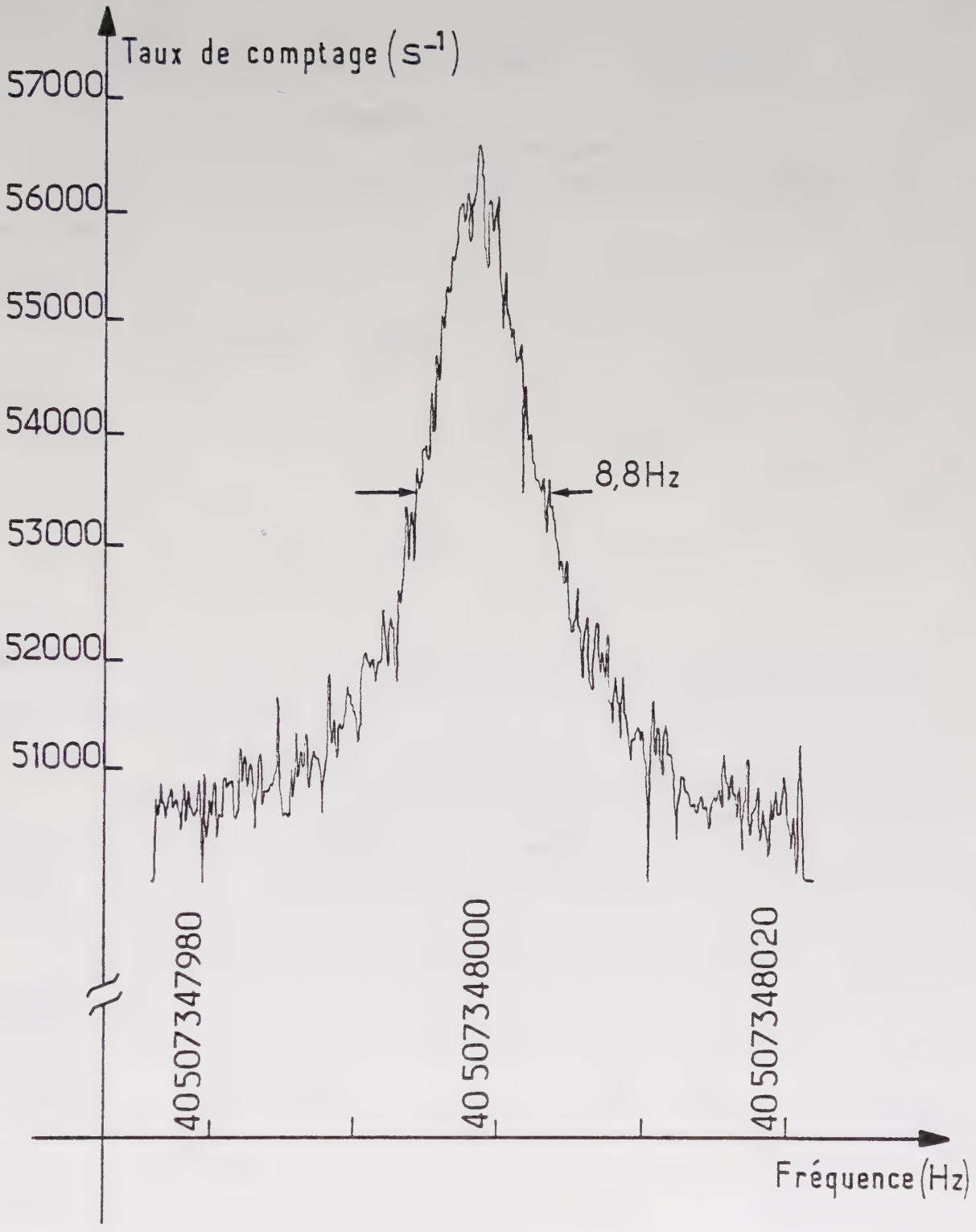

Figure 28 : Courbe de résonance hyperfine obtenue en 256 s. L'amplitude du signal représente 11 % du fond lumineux parasite.

II-B.3.1. *Mesure des taux de relaxation longitudinaux*

Mesure de Γ_1

Dans le cas où b=o et où le nombre total d'ions stockés est constant, l'équation (3) devient :

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} + \Gamma_1 \rho_{11} = \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{4}$$

elle permet alors de déterminer ρ_{11} et donc $n_1=n(1-\rho_{11})$.

On obtient :

$$n_1(t) = \frac{3}{4}\frac{\Gamma_1-\gamma_p}{\Gamma_1} n(1-e^{-\Gamma_1 t}) + n_1(o)e^{-\Gamma_1 t} \quad . \qquad (33)$$

Donc lorsque l'on arrête l'irradiation microonde $n_1(t)$ décroît au taux Γ_1 vers la valeur d'équilibre $\frac{3}{4}\frac{\Gamma_1-\gamma_p}{\Gamma_1}$.

L'expérience est réalisée en modulant la fréquence microonde par un signal carré, entre la fréquence de résonance et une fréquence pour laquelle l'interaction entre les ions et cette excitation est négligeable.

La figure 29 montre une telle décroissance et le taux Γ_1 que l'on en déduit est

$$\Gamma_1 = 5,9 \pm 0,4 \ s^{-1}.$$

Nous obtenons donc ainsi le taux global de relaxation longitudinal.

Mesure de γ_p

Comme $n(F=1)^{max}_{\mu.o} = n\frac{\gamma}{2\Gamma_1}\frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p}\frac{s}{1+s}$ et $n(F=1)_{rel} = n\frac{3}{4}\frac{\Gamma_1-\gamma_p}{\Gamma_1}$

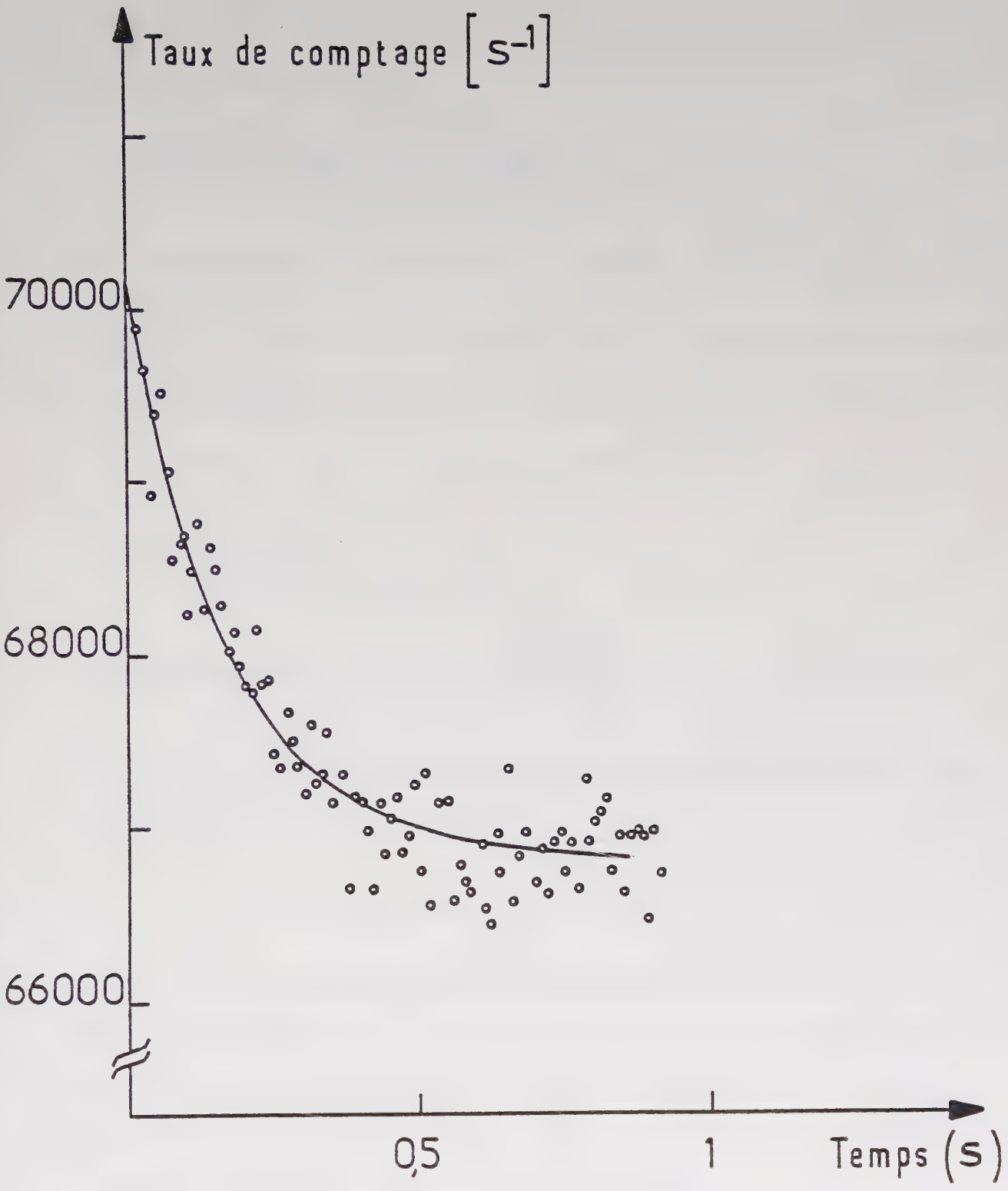

Figure 29 : Décroissance transitoire du signal de fluorescence quand l'excitation microonde est supprimée. La courbe des moindres carrés des points expérimentaux, tracée en trait plein, donne $\Gamma_1 = 5,9 \pm 0,4\ s^{-1}$.

on a

$$\frac{n(F=1)^{max}_{\mu.o}}{n(F=1)_{rel}} = \frac{2}{3}\frac{s}{1+s}\frac{\gamma_p}{\Gamma_1-\gamma_p}\frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p} .$$

Grâce à cette relation, connaissant Γ_1, on déduit γ_p de la mesure de $\frac{n(F=1)^{max}_{\mu.o}}{n(F=1)_{rel}}$. Une très bonne approximation de γ_p est obtenue en remarquant que le rapport $\frac{\gamma_1+\gamma_S+4\gamma_p}{\gamma_1+\gamma_S+3\gamma_p}$ varie de 1 à 1,25 quand $\frac{\gamma_p}{\gamma_1+\gamma_S}$ varie de 0 à l'infini ; nous pouvons donc écrire la relation approchée

$$\frac{n(F=1)^{max}_{\mu.o}}{n(F=1)_{rel}} = \frac{2}{3}\frac{s}{1+s}\frac{\gamma_p}{\gamma_1+\gamma_s}$$

d'où nous déduisons $\frac{\Gamma_1}{\gamma_p} = 1 + \frac{2}{2}\frac{s}{1+s}\frac{n(F=1)^{max}_{\mu.o}}{n(F=1)_{rel}}$ (34)

Ici $\gamma_p = 2,6 \pm 0,3\ s^{-1}$, l'approximation faite diminuant cette valeur d'une quantité inférieure à 1 % .

Mesure de γ_S

Nous obtenons cette valeur directement en remplaçant la lampe à mercure 202 par une lampe à mercure 199. Dans ce cas, les quatre sous-niveaux hyperfins sont également pompés et la fluorescence émise est proportionnelle au nombre total d'ions stockés. Il suffit alors de moduler la tension de confinement comme au paragraphe II-B.1.

L'accroissement du signal de fluorescence observé correspond alors au remplissage de la cage qui se fait au taux γ_S, de telle sorte que :

$$I(t) = I(\infty)(1-e^{-\gamma_S t}) . \qquad (35)$$

La courbe expérimentale de la figure 30 donne

$$\gamma_S = 2,3 s^{-1} \quad \text{et} \quad I_\infty = 20000\ s^{-1}.$$

Détermination de γ_1

Des valeurs de Γ_1, γ_p et γ_S on déduit immédiatement γ_1 le taux de relaxation entre les niveaux hyperfins puisque

$$\gamma_1 = \Gamma_1 - \gamma_p - \gamma_S$$

On trouve dans nos conditions

$$\gamma_1 = 1 \pm 0,6\ s^{-1}.$$

En supposant que les collisions d'échange de charge ions-atomes de mercure sont la seule cause de relaxation entre les niveaux hyperfins, cette valeur correspond à une pression de vapeur de mercure de 10^{-6} Pa. (cf paragraphe I-3.1).

Nombre d'ions participant à la résonance

Les valeurs mesurées des taux de relaxation permettent de déterminer le nombre d'ions participant à la résonance.

Dans nos conditions expérimentales on a, à saturation

$$n(F=1)^{\max}_{\mu.o} = n \frac{\gamma_p}{2\Gamma_1} \frac{\Gamma_1 + 3\gamma_p}{\Gamma_1 + 2\gamma_p} \simeq \frac{n}{8} \quad .$$

La plus grande valeur possible pour ce rapport est obtenue quand $\frac{\gamma_1 + \gamma_S}{\gamma_p}$ tend vers 0, et vaut alors $\frac{2}{3}$ n.

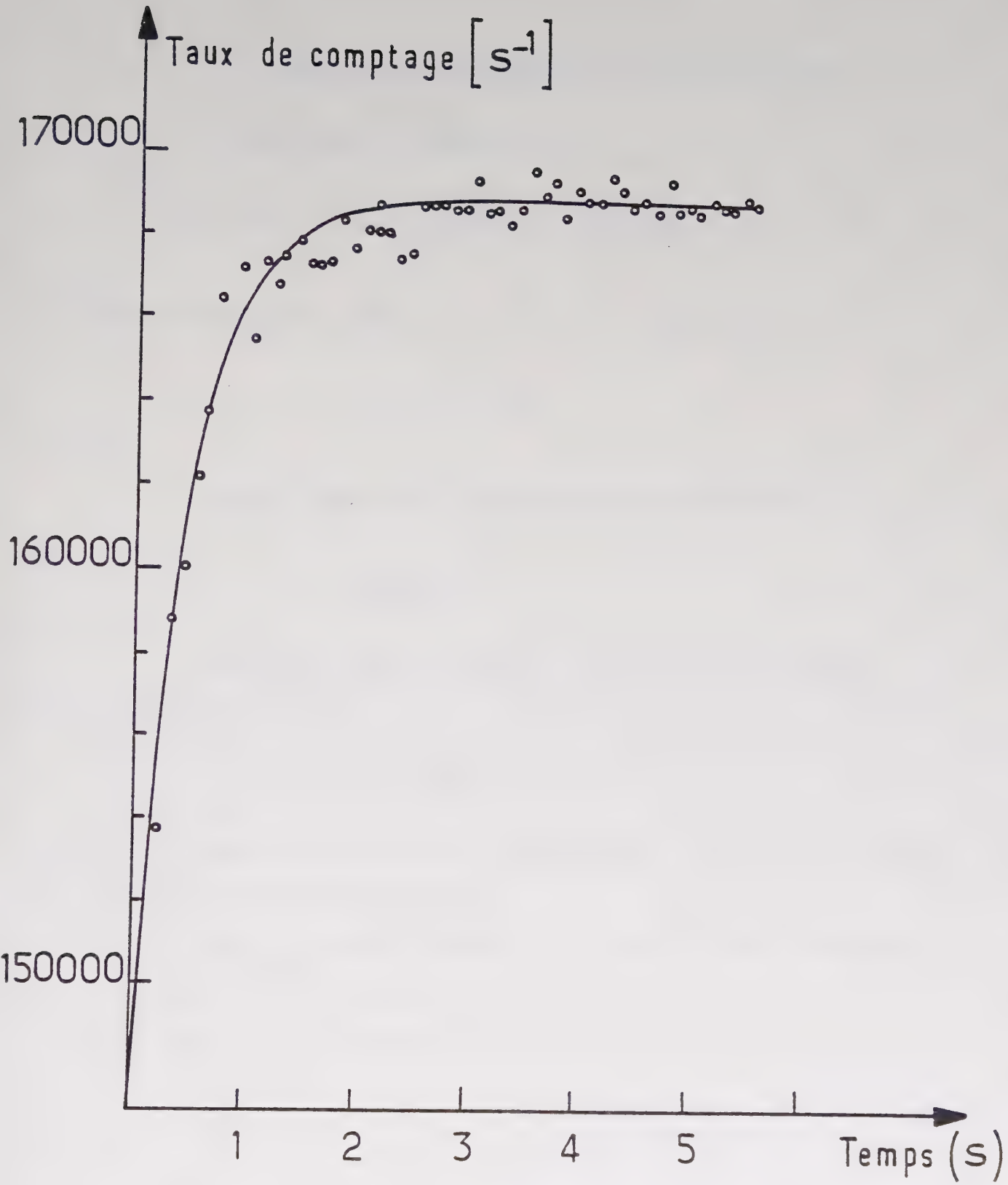

Figure 30 : Comportement du signal de fluorescence quand la composante continue de la tension de confinement est modulée et que les ions sont illuminés par une lampe à mercure 199. La courbe des moindres carrés des résultats expérimentaux, tracée en trait plein, donne $\gamma_s = 2,3 \pm 0,3\ s^{-1}$.

Nombre d'ions illuminés par le faisceau de pompage

Le signal mesuré à résonance est

$$I_R(f_o) = \frac{3}{2}\ k\gamma_p\ n(F=1)^{max}_{\mu.o} = \frac{3}{2}\ K\gamma_p\ n\ \frac{\gamma_p}{2\Gamma_1}\ \frac{\Gamma_1+3\gamma_p}{\Gamma_1+2\gamma_p}$$

d'où nous déduisons, d'après nos valeurs de γ_p, Γ_1 et $I_R(f_o)$

$$n = 4\ 10^6 \text{ ions.}$$

II-B.3.2. *Mesure des taux de relaxation transversaux*

Mesure de Γ_2

Nous avons vu que la largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance est

$$\delta\omega = 2\Gamma_2\sqrt{1+s}$$

où s, le facteur de saturation est proportionnel à la puissance du signal hyperfréquence transmis aux ions.

Soit s_{max} la valeur maximum que l'on puisse donner au facteur de saturation compte-tenu de la puissance maximum disponible et des valeurs de Γ et γ_p. Si la puissance est atténuée de A décibels par rapport à cette valeur, on a

$$s = s_{max}\ 10^{-A/10}\ .$$

Sur la figure 31 sont tracées les variations de $\delta\omega^2$ en fonction de $\frac{s}{s_{max}} = 10^{-A/10}$.

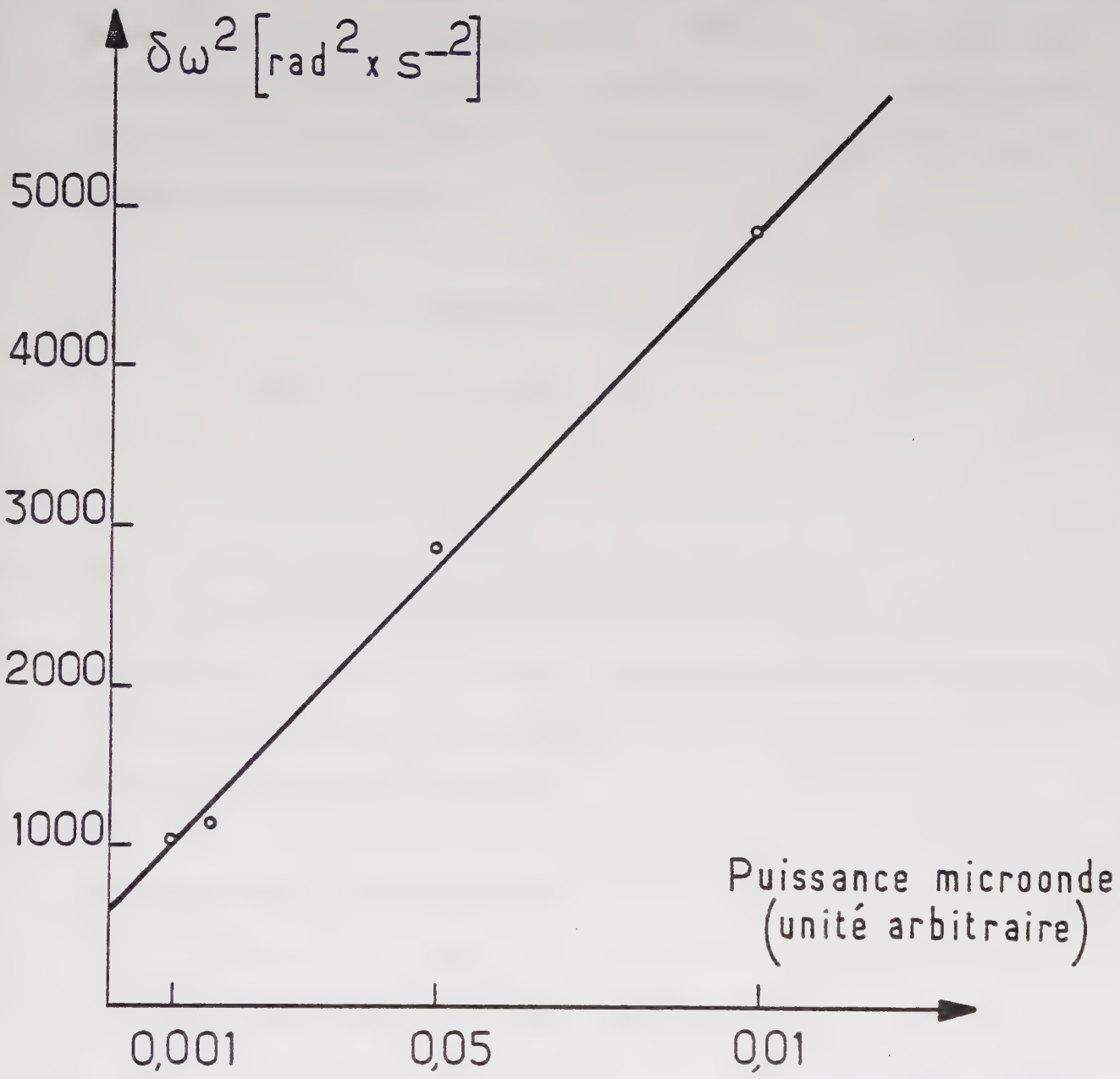

Figure 31 : Variation de la largeur de la résonance hyperfine avec la puissance microonde. La valeur extrapolée à puissance nulle donne $\Gamma_2 = 12 \pm 1 s^{-1}$.

On vérifie bien que c'est une droite dont l'ordonnée à l'origine donne $\Gamma_2 = 12\ s^{-1}$, qui correspond donc à une largeur de 4 Hz à saturation nulle. Le facteur de qualité de la raie est alors de 10^{10}. On trouve également que $s_{max} = 667$. La puissance initiale disponible est donc largement suffisante puisque les conditions optimales de fonctionnement de l'asservissement impliquent que $s = 2$.

Determination de γ_2

On déduit γ_2 de la relation

$$\Gamma_2 = \frac{9}{4}\ \gamma_p + \gamma_s + \gamma_2$$

d'où $\gamma_2 = 3,9\ \ s^{-1}$.

Cette valeur est légèrement supérieure à γ_1. Outre les processus de collisions, elle inclut d'éventuels élargissements dûs aux inhomogénéités du champ magnétique, à l'effet Doppler du 1er et du 2ème ordre, à l'effet Stark, que nous décrivons maintenant.

- <u>Inhomogénéités du champ magnétique</u>

Les ions sont protégés des perturbations magnétiques extérieures par deux écrans en mumétal. Un champ magnétique statique faible B, de l'ordre de 0,1 G, lève la dégénerescence des niveaux F=1 de l'état fondamental. La fréquence f_o de la transition utilisée $\Delta m_F = o$ dépend du champ B au second ordre, selon la formule de Breit-Rabi qui s'écrit, dans notre cas

$$\Delta f_o = \frac{(g_J - g_I)^2}{2 f_o h^2}\ \mu_o^2\ B^2$$

où g_I et g_J sont les facteurs de Landé associés à I et J, et μ_o le magnéton de Bohr.

Soit, puisque $f_o = 4.05\ 10^{10}$ Hz

$$\Delta f_o = 97{,}2\ B^2$$

où B est exprimé en Gauss et Δf_o en Hz.

A une petite fluctuation δB du champ correspond donc une fluctuation de fréquence $(\delta f_o)_B$ donnée par

$$(\delta f_o)_B = 194{,}4\ B\delta B\ .$$

Nous avons constaté que la valeur maximale des inhomogénéités de B dans le volume de la cage de confinement est de l'ordre de 0,2 mG. Elles sont dues au support en nickel de la surface de la thermocathode placée sous le cage. Il leur correspond, dans un champ statique de 0,1 G, un élargissement inhomogène de l'ordre de

$$(\delta f_o)_B = 3.9\ 10^{-3}\ \text{Hz}.$$

Cet effet est donc actuellement négligeable.

Effet Doppler du 1er ordre

Nous avons vu que le mouvement oscillant des ions dans la trappe modifie la structure de leur spectre hyperfin qui comprend une raie centrale non élargie par effet Doppler du premier ordre et des raies latérales (chapitre I). Ce résultat est obtenu pour une vitesse moyenne des ions dans la cage nulle.

On peut au contraire envisager le cas extrême défavorable où les ions sont créés d'un côté de la cage et disparaissent de l'autre côté. Pendant leur séjour les ions effectuent donc une translation moyenne non nulle. Pour une distance de 5 mm entre le point de création et le point de disparition et un temps de séjour de 0,5 s la vitesse de translation qui en résulte est égale à 1 cm s^{-1}. Dans le cas extrême où la dispersion des valeurs de cette vitesse est égale à sa valeur moyenne l'élargissement correspondant est égal à 1,2 Hz, valeur comparable à l'élargissement par pompage.

Effet Doppler du 2ème ordre

L'énergie moyenne des ions confinés $\bar{E}$ est élevée, environ 2 eV dans des conditions typiques de fonctionnement. La variation relative de la fréquence dûe à cet effet est alors :

$$\frac{\Delta f_o}{f_o} = - \frac{\bar{E}}{mc^2} \quad .$$

Dans le cas le plus défavorable, la dispersion des valeurs des énergies des ions est $\bar{E}$, il lui correspond un élargissement δf_o tel que :

$$\delta f_o = f_o \frac{\bar{E}}{mc^2} = 0,4 \text{ Hz}.$$

Cette valeur ne peut pas être négligée devant l'élargissement dû au pompage optique qui est d'environ 2 Hz.

Effet Stark

Sous l'action d'un champ électrique homogène ε les niveaux hyperfins sont déplacés d'une quantité $(\Delta f_o)_S = K\varepsilon^2$.

On ne connait pas de détermination expérimentale ou théorique du coefficient K pour l'ion mercure. Dans le cas défavorable de l'atome de césium qui possède une grande polarisabilité, on a $K=2\ 10^{-6}$ Hz $cm^2 V^{-2}$ [36]. On trouve, en utilisant cette valeur

$$(\delta f_o)_S = 2\ 10^{-2}\ \text{Hz}.$$

Cet effet est donc actuellement négligeable

Finalement l'écart entre les valeurs de γ_1 et γ_2 s'explique si l'on prend en compte l'effet Doppler résiduel du premier ordre ainsi que l'effet Doppler du second ordre. Nous pourrons évaluer ultérieurement la contribution de l'effet Doppler du premier ordre en irradiant les ions par deux ondes à 40 GHz se propageant en sens inverse de façon à réaliser une onde stationnaire et à annuler cette cause d'élargissement.

CHAPITRE III

Contrôle de la fréquence d'un oscillateur à quartz à partir de la fréquence de transition hyperfine de $^{199}Hg^{+}$.

III-A. DESCRIPTION DE L'ASSERVISSEMENT

Une boucle d'asservissement permet de contrôler la fréquence de l'oscillateur à 5 MHz par la fréquence de la transition hyperfine.

III-A.1. PRINCIPE DE MONTAGE

Le schéma d'ensemble du montage électronique est représenté figure 32.

Il comprend la chaîne de synthèse du signal à 40,5 GHz générée à partir de l'oscillateur à quartz à asservir. La fréquence du synthétiseur est modulée en signaux carrés. Ainsi, la transition hyperfine est interrogée à l'aide d'un signal dont la fréquence varie périodiquement entre deux valeurs f_+ et f_- définies au chapitre I, qui encadrent la fréquence f_o de la résonance de telle sorte que

$$f_+ = f_o + \Delta f + f_m$$

$$f_- = f_o + \Delta f - f_m$$

où f_m est la profondeur de modulation et Δf, grandeur d'erreur, est l'écart entre la valeur exacte f_o et la valeur de la demi-somme des 2 fréquences f_+ et f_-. On a :

$$\Delta f = m f_a - f_o$$

Les impulsions de courant fournies par le photomultiplicateur sont mises en forme et alimentent un compteur-décompteur qui compte le nombre d'impulsions reçues pendant que la fréquence d'excitation est f_+ et les décompte pendant qu'elle est égale à f_-. Le résultat d'un comptage-décomptage

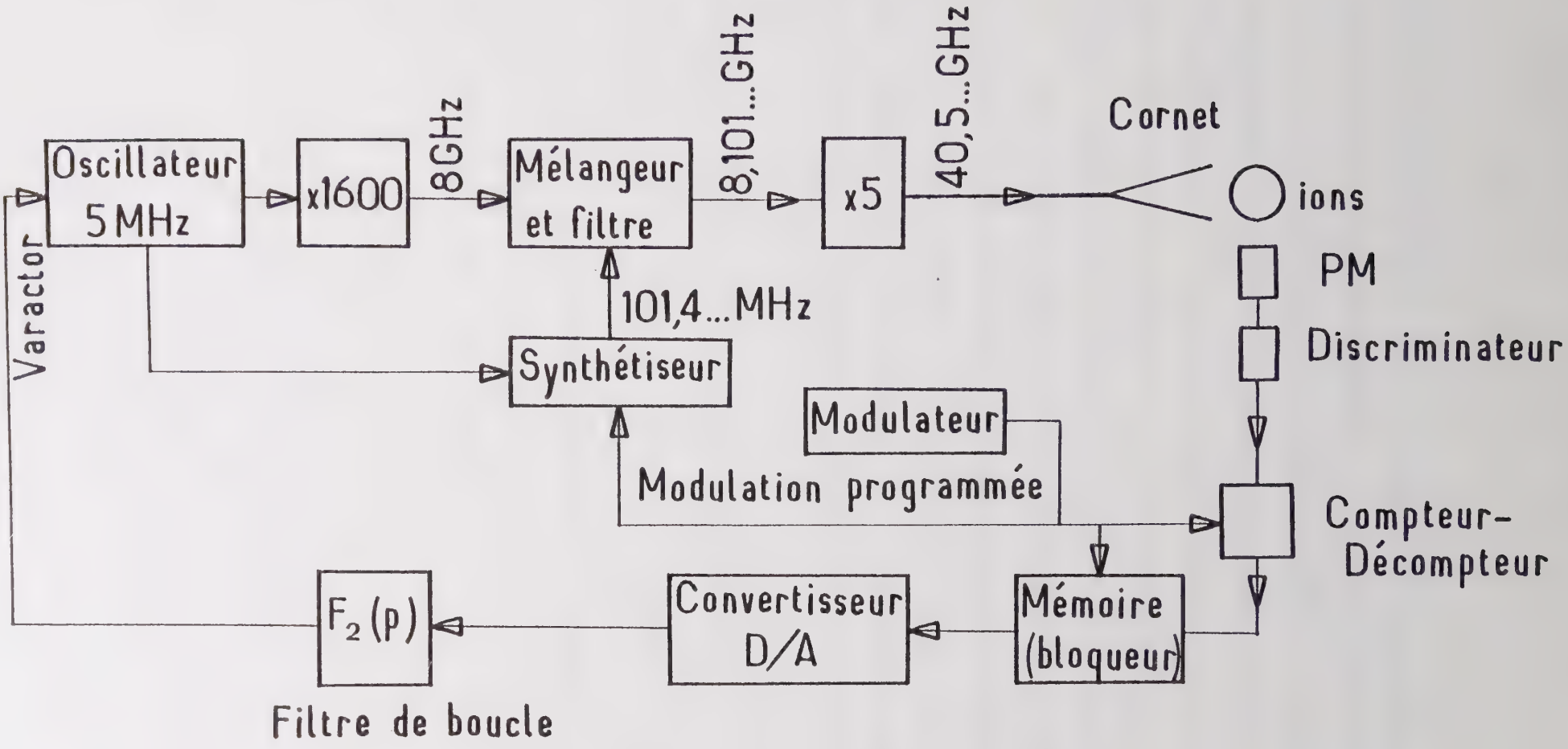

Figure 32 : Asservissement d'un oscillateur à Quartz à 5 MHz sur la résonance hyperfine des ions $^{199}Hg^{+}$.

est nul, au bruit près, si $\Delta f = 0$. Sinon la différence entre les deux résultats de comptage permet d'agir sur le contrôle électrique de la fréquence de l'oscillateur à quartz. Une mémoire accumule les résultats des comptages-décomptages successifs, ce qui correspond à une intégration suivie d'échantillonnage et bloquage du signal d'erreur. Elle est suivie d'un convertisseur digital analogique et d'un filtre analogique. La tension obtenue est appliquée sur le varactor de l'oscillateur à quartz.

Le traitement numérique du signal d'erreur réalisé dans cette boucle d'asservissement permet de s'affranchir des dérives liées à l'utilisation de circuits analogiques. Dans une étape ultérieure, une boucle entièrement numérique pourra être réalisée, où la fonction de transfert du deuxième filtre pourra facilement être modifiée par programmation.

III-A.2. FONCTION DE TRANSFERT DES ELEMENTS DU SYSTEME

III-A.2.1. *Intégration résultant de l'opération comptage-décomptage*

Le flux des impulsions délivrées par le photomultiplicateur est I_+ ou I_- selon que la fréquence est f_+ ou f_-. Si l'erreur Δf est petite devant la largeur de la raie de résonance, on a

$$I_+ = I_m + \left(\frac{dI}{df}\right)_{f^+} \Delta f = I_m - K_1 \Delta f$$

et

$$I_- = I_m + \left(\frac{dI}{df}\right)_{f^-} \Delta f = I_m + K_1 \Delta f$$

avec $K_1 = \left(\frac{dI}{df}\right)_{f^-}$, qui est une grandeur positive. I_m est la valeur moyenne du flux mesuré quand la fréquence d'excitation est $f_o \pm f_m$.

Le contenu du compteur-décompteur varie pendant une demi-période de comptage comprise entre les instants iT et $(i+\frac{1}{2})T$ de la quantité

$$M_+ = \int_{iT}^{(i+\frac{1}{2})T} I_+(t)dt = I_m \frac{T}{2} - K_1 \int_{iT}^{(i+\frac{1}{2})T} \Delta f \, dt$$

et pendant une demi-période de décomptage de la quantité

$$M_- = -\int_{(i+\frac{1}{2})T}^{(i+1)T} I_-(t)dt = -I_m \frac{T}{2} - K_1 \int_{iT}^{(i+\frac{1}{2})T} \Delta f \, dt$$

Après un nombre entier i de cycles de comptage-décomptage le contenu du compteur-décompteur est

$$C = K_1 \int_o^{iT} \Delta f dt = K_1 \int_o^{iT} (mf_a(t) - f_o)dt \qquad (36)$$

Le système de comptage se comporte donc comme un intégrateur parfait portant sur la grandeur d'erreur $mf_a(t) - f_o$, échantillonnée aux instants iT où on prélève le contenu du compteur.

On a supposé dans ce calcul que I_m est constant. Si maintenant l'on suppose que I_m varie linéairement avec le temps à la suite, par exemple d'une dérive du fond de lumière parasite, on a :

$$I_m(t) = I_m(o) + \frac{\alpha'}{T} t$$

la contribution de la composante variable à la fin d'une période complète de comptage-décomptage est alors égale à $-\alpha' \frac{T}{4}$ soit après i périodes

d'échantillonnage :$-i\alpha'\frac{T}{4}$. Tous se passe alors comme si le terme constant $-\frac{\alpha'}{4}$ était superposé à la grandeur d'entrée $f_o - mf_a$.

L'algorithme de comptage-décomptage présenté dans le paragraphe suivant permet d'éliminer cette erreur.

III-A.2.2. *Algorithme de comptage-décomptage adopté*

Dans cet algorithme, le contenu du compteur-décompteur est échantillonné au milieu d'un intervalle de comptage, les phases de comptage et de décomptage sont disposées dans le temps selon le schéma de la figure 33, la période d'échantillonnage T est égale à $4\tau_o$.

Dans ces conditions, la grandeur d'erreur $f_o - mf_a$ subit la même intégration que dans le cas précédent, par contre le terme associé à la dérive linéaire du fond disparait.

En effet le premier quart d'une période d'achantillonnage conduit à la contribution :

$$I_m(o)\ \frac{T}{4} + \frac{\alpha'}{2T}\ \frac{T}{4}\ (2iT + \frac{T}{4})$$

les deuxième et troisième quarts donnent

$$-\ I_m(o)\ \frac{T}{2} - \frac{\alpha'}{2T}\ \frac{T}{2}\ (2iT + T)$$

et le dernier quart

$$I_m(o)\ \frac{T}{4} + \frac{\alpha'}{2T}\ \frac{T}{4}\ (2iT + \frac{7T}{4})$$

Avec cet algorithme les fluctuations de l'intensité de la lampe seront éliminées si elles peuvent être considérées comme linéaires à l'intérieur d'une

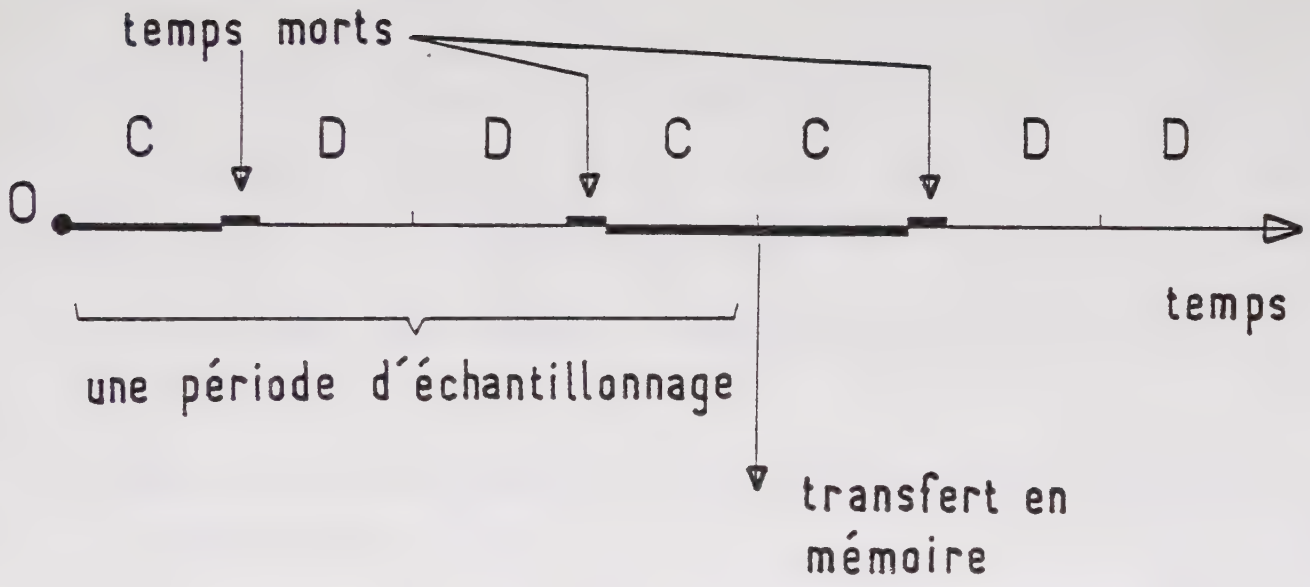

Figure 33 : Algorithme de comptage-décomptage qui élimine les dérives lentes de l'intensité du fond lumineux.

période d'échantillonnage.

III-A.2.3. *Deuxième intégration dans la chaîne d'action*

On sait que la précision d'un asservissement est d'autant plus grande qu'il comporte davantage d'intégrations. Pratiquement, les conditions de stabilité limitent le nombre d'intégrations à 2 : une intégration parfaite (comme la précédente) et une intégration imparfaite de fonction de transfert $\frac{1+\tau_1 p}{\tau_2 p}$.

III-A.2.4. *Schéma bloc de l'asservissement*

Le système bouclé le plus simple construit autour de ces deux éléments est donc celui représenté figure 34.

- $\frac{K_1}{p}$ est la fonction de transfert de l'intégrateur parfait en notation symbolique
- l'interrupteur et la fonction de transfert $\frac{1-e^{-Tp}}{p}$ symbolisent l'opération d'échantillonnage-blocage
- G est la fonction de transfert du convertisseur digital analogique qui s'exprime en volts par unité binaire
- S est la fonction de transfert du système de contrôle électrique de la fréquence de l'oscillateur à quartz, elle s'exprime en Hz V^{-1}
- m est la fonction de transfert de la chaîne de réaction, c'est le facteur multiplicatif de la chaîne de synthèse
- $\frac{1+\tau_1 p}{\tau_2 p}$ est la fonction de transfert de l'intégrateur imparfait analogique

Le système est soumis à l'action de variables indépendantes qui sont :

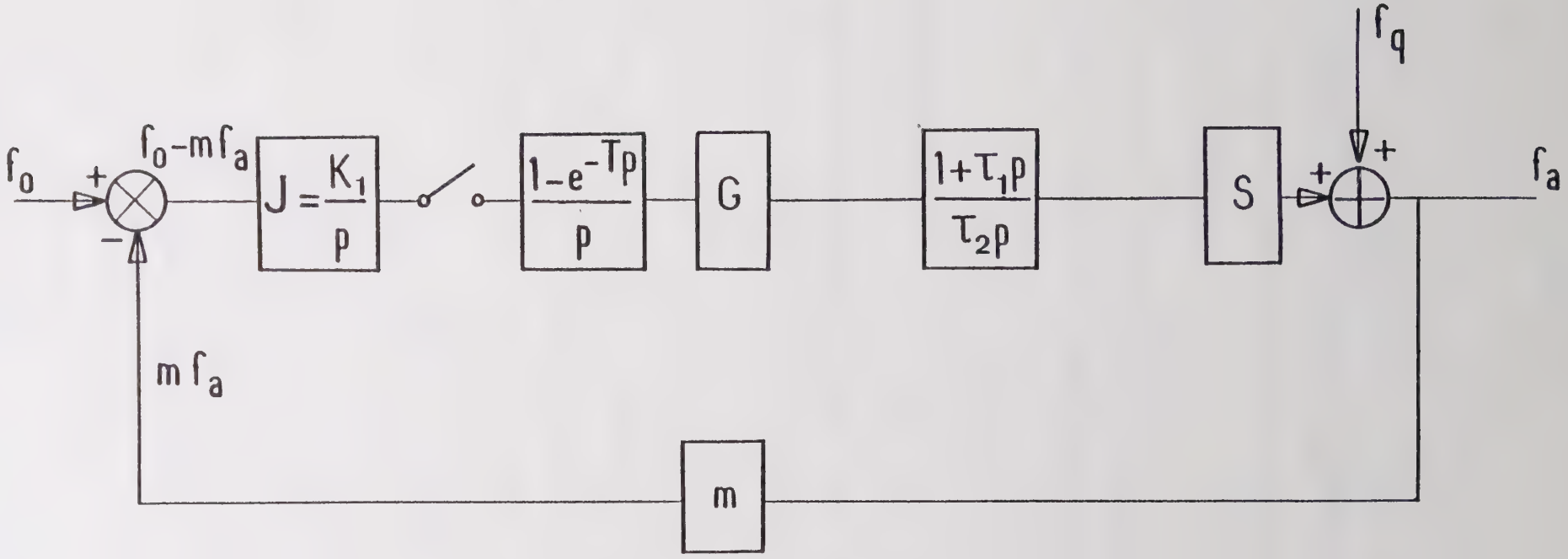

Figure 34 : Schéma-bloc de l'asservissement.

- la fréquence f_o de la résonance hyperfine, référence sur laquelle on souhaite asservir la grandeur de sortie f_a, fréquence du quartz asservi ;
- la fréquence f_q du quartz libre, à laquelle on apporte une correction afin d'obtenir la fréquence f_a.

L'effet des dérives introduites par les systèmes analogiques : intégrateur imparfait et convertisseur numérique analogique, est supposé négligeable.

III-A.3 STABILITE DU SYSTEME

La discussion des propriétés de cette boucle d'asservissement [37] fait intervenir les paramètres τ_1 et τ_2' défini par

$$\tau_2' = \tau_2 / mK_P GS.$$

Cette discussion montre que le système est stable lorsque ces paramètres sont à l'intérieur d'un domaine de stabilité défini dans le plan τ_1, $\tau_2'^2$ par les demi-droites Δ_1 et Δ_3 d'équations

$$\tau_2'^2 = \frac{T}{2}\tau_1 \quad \text{et} \quad \tau_1 = \frac{T}{2} \qquad \text{(Fig. 35)}$$

III-A.4 OPTIMISATION DE LA REPONSE

La réponse la plus rapide à une perturbation en forme d'échelon est obtenue lorsque $\tau_1 = \frac{3}{2}T$. Dans ce cas la quantité $f_o - mf_a$ s'annule dès le deuxième instant d'échantillonnage et reste nulle pour tous les instants postérieurs (figure 36), en conformité avec les résultats généraux relatifs aux systèmes échantillonnés à temps de réponse minimal [38].

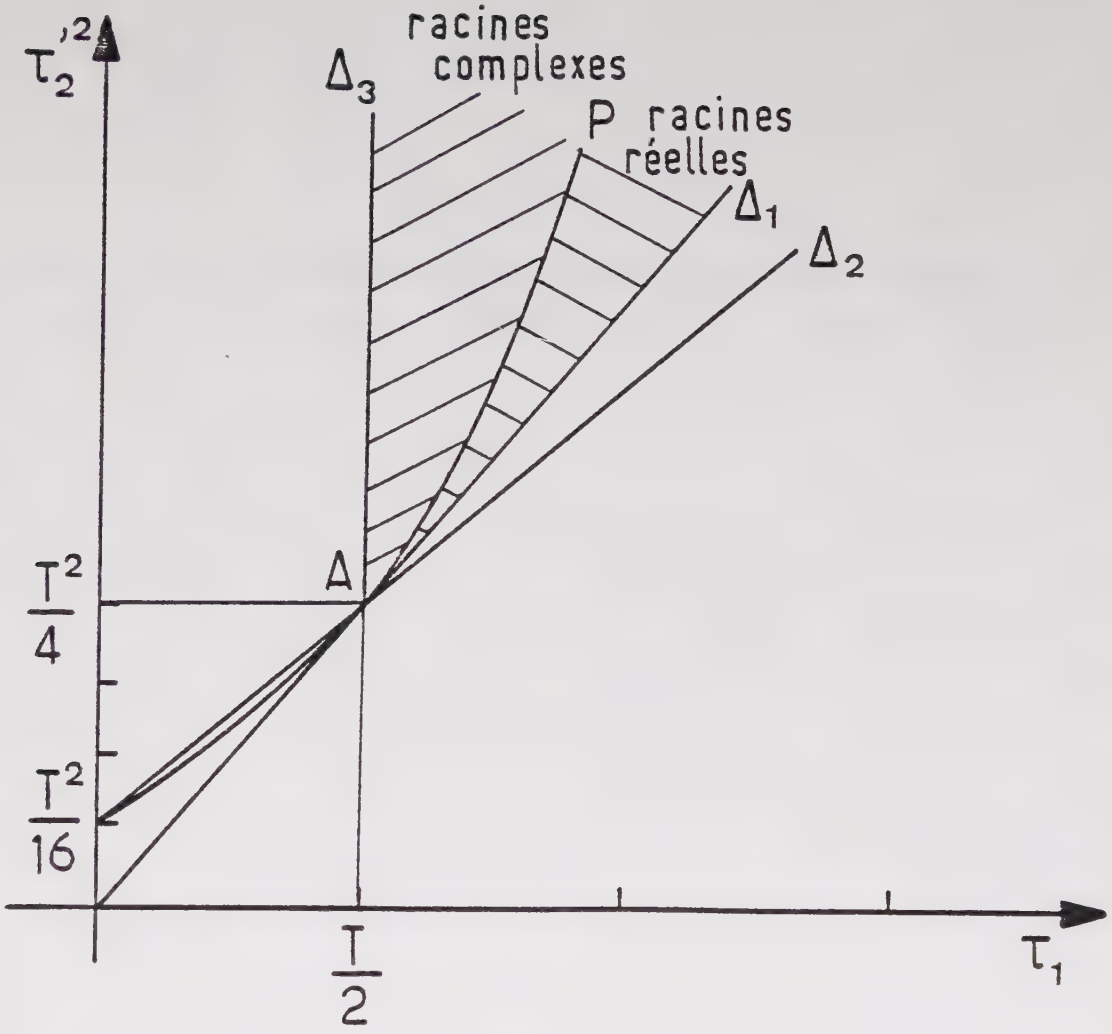

Figure 35 : Domaine de stabilité de l'asservissement échantillonné dans le plan τ_1, $\tau'^2_2 = \frac{\tau_2}{mK_1GS}$. Il correspond à la partie hachurée comprise entre les droites Δ_1 et Δ_3 .

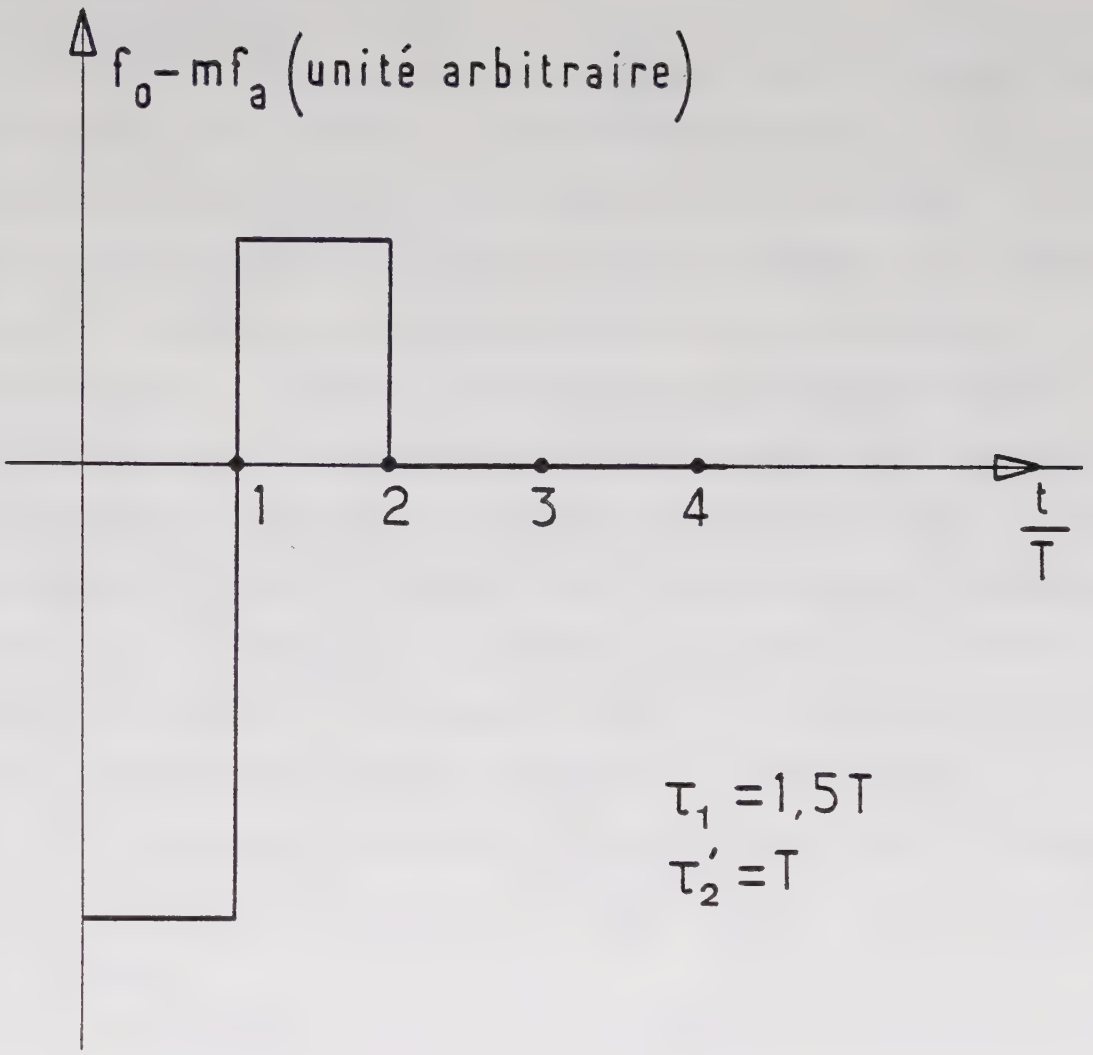

Figure 36 : Réponse calculée de l'asservissement à un échelon affectant $f_o - mf_q$ dans le cas où cette réponse s'annule le plus rapidement possible ($\tau_1 = \frac{3}{2} T$, $\tau'_2 = T$). Cette réponse est donnée pour les instants d'échantillonnage.

III-A.5. DISPOSITIF ELECTRONIQUE

Le générateur de séquences qui définit le cycle de comptage-décomptage est décrit sur la figure 37. Il utilise deux compteurs C_1 et C_2. Le compteur C_2 définit la durée τ_o d'un comptage ou d'un décomptage, le compteur C_1 permet d'introduire un temps mort entre un comptage et un décomptage afin de s'affranchir des régimes transitoires qui peuvent résulter de la modification de la fréquence de l'excitation hyperfréquence entre la phase de comptage et de décomptage et du temps d'acquisition du synthétiseur programmable. La bascule B_3 commande le transfert du contenu du compteur-décompteur en mémoire au milieu d'un cycle de comptage. La fréquence de l'excitation microonde qui doit prendre successivement deux valeurs encadrant la fréquence de la résonance hyperfine est fixée numériquement grâce au synthétiseur programmable, commandé par un multiplexeur.

Un convertisseur numérique analogique 16 bits permet de convertir les résultats prélevés aux instants d'échantillonnage. Son gain est égal à $3\ 10^{-4}$ V/coup.

Les constantes de temps τ_1 et τ_2 de l'intégrateur imparfait représenté figure 38 sont définies respectivement par :

$$\tau_1 = R_1 C$$

$$\tau_2 = R_2 C(1 + \frac{r_2}{r_1})$$

V_o est la tension appliquée sur la commande de fréquence de l'oscillateur à quartz à laquelle on superpose la correction calculée par l'asservissement.

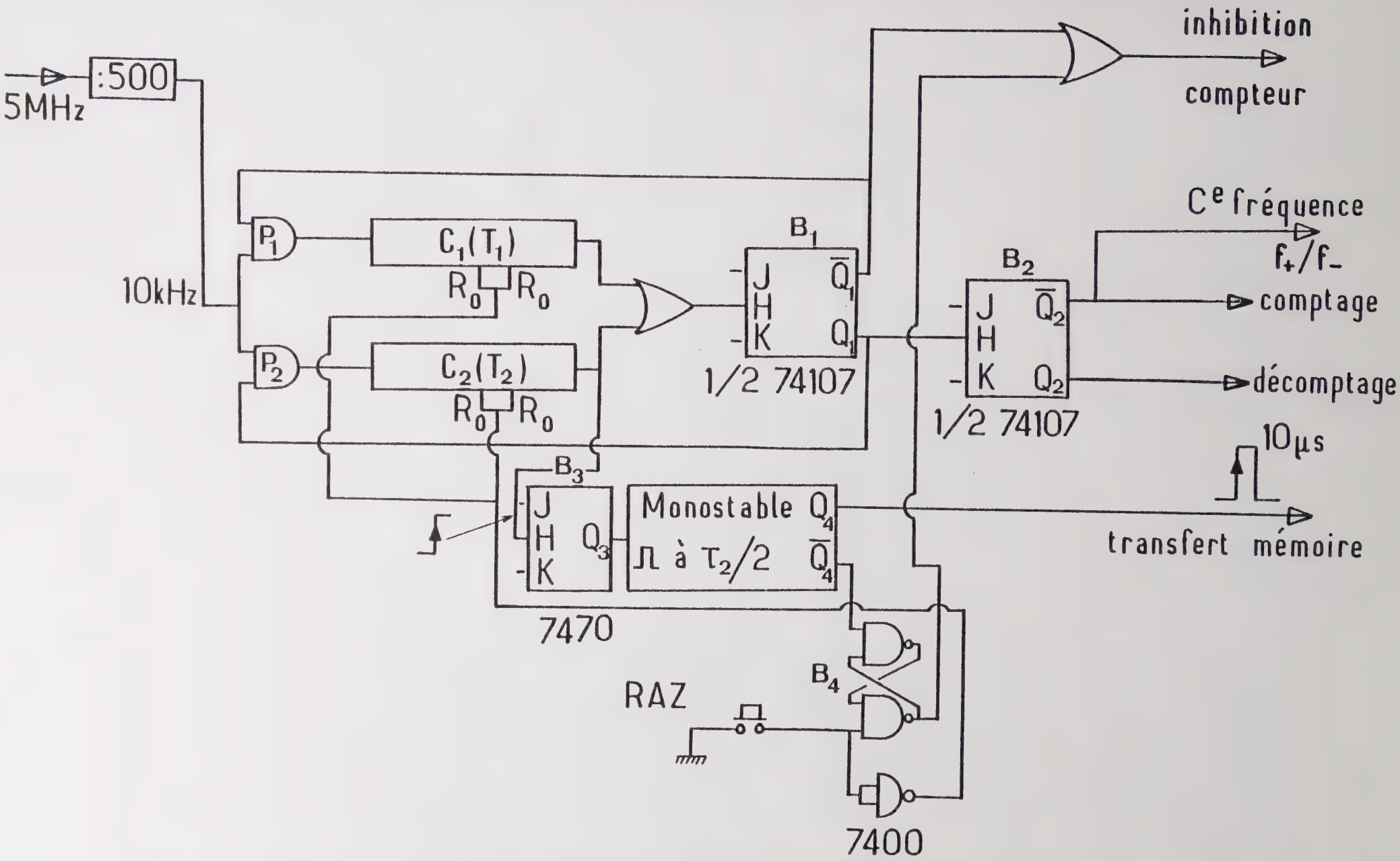

Figure 37 : Schéma électronique du séquenceur définissant les cycles de comptage-décomptage.

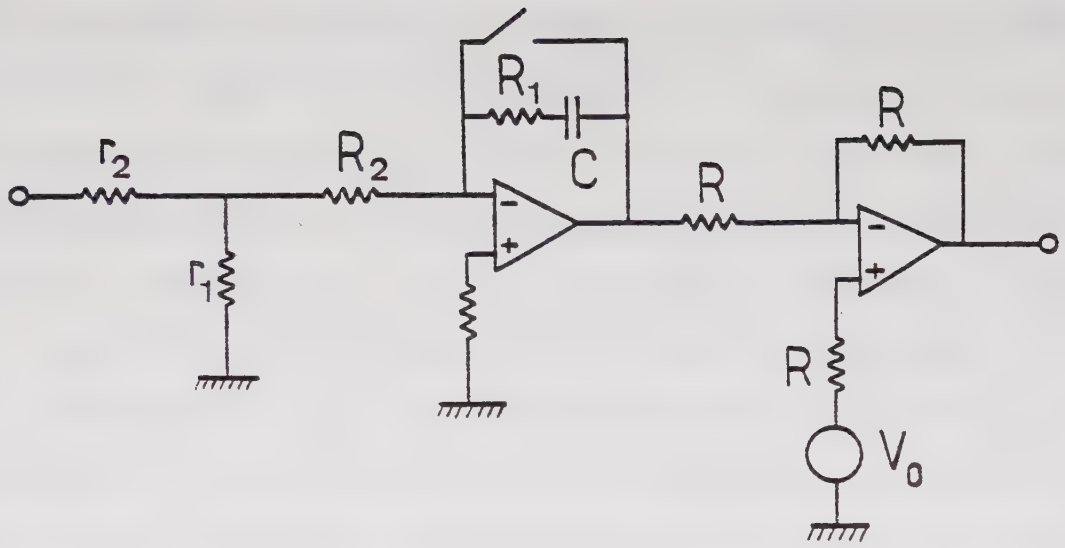

Figure 38 : Schéma de l'intégrateur imparfait.

III-B. MESURE DE LA STABILITE DE FREQUENCE DE L'OSCILLATEUR A QUARTZ ASSERVI

III-B.1. CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT

Au paragraphe I-4.3 nous avons déterminé les conditions auxquelles doivent satisfaire les différents paramètres de l'expérience pour obtenir une stabilité optimale. Deux de ces paramètres, la puissance microonde et la profondeur de modulation sont aisément modifiables. Les valeurs optimales correspondantes sont d'une part la puissance microonde correspondant à un facteur de saturation égal à deux, d'autre part une profondeur de modulation égale à 0,29 fois la largeur de la résonance à mi-hauteur.

Les valeurs de γ_p, $\gamma_1+\gamma_s$ et du rapport de l'intensité de la lumière parasite à l'intensité du signal de fluorescence $\frac{K'}{Kn}$, sont déterminées par les conditions expérimentales actuelles. Elles permettent de nous situer sur le diagramme de la figure 9 qui représente la stabilité théorique pour la valeur actuelle du rapport $\frac{K'}{Kn}$.

Comme $\gamma_p=2,6\ s^{-1}$ et $\gamma_1+\gamma_s = 3,3\ s^{-1}$, nous constatons que nous sommes proches du minimum de stabilité que l'on peut atteindre en modifiant γ_p, les autres conditions étant fixées.

Pour avoir un temps de réponse optimal de l'asservissement, on choisit $\tau_1 = \frac{3}{2} T$; pour déterminer la période d'échantillonnage T nous remarquons que l'amplitude du signal résonnant mesuré doit être supérieure à l'écart type des fluctuations du signal mesuré ce qui fixe T. Alors τ_2 est déterminé par la relation

$$\tau_2 = TmK_1GS$$

III-B.2. PRINCIPE DE LA MESURE

La fréquence du quartz asservi est comparée à celle d'un deuxième oscillateur à quartz asservi à un maser à hydrogène de référence du laboratoire après multiplication de fréquence à 400 MHz selon le schéma représenté figure 39. On mesure la période du battement obtenu. On en déduit l'écart type $\sigma_y(\tau)$ des fluctuations de fréquence de l'oscillateur asservi en fonction du temps d'observation τ.

III-B.3. RESULTAT

La figure 40 représente l'écart type $\sigma_y(\tau)$ en fonction du temps d'observation τ. Pour des temps τ compris entre 10 s et 3500 s il est de la forme [39]

$$\sigma_y(\tau) = 3{,}6\ 10^{-11}\ \tau^{-1/2} \qquad (37)$$

On vérifie donc expérimentalement la dépendance en $\tau^{-1/2}$ conformément aux résultats du chapitre I.

Cette valeur est comparable aux stabilités des étalons de fréquence au césium commercialisés.

III-C. DISCUSSION

III-C.1. INFLUENCE DE LA LUMIERE DIFFUSEE

L'intensité des diverses composantes du signal mesuré est reportée sur la figure 41. La lumière diffusée contribue pour 83 % au fond parasite, la fluorescence résiduelle en l'absence d'irradiation microonde

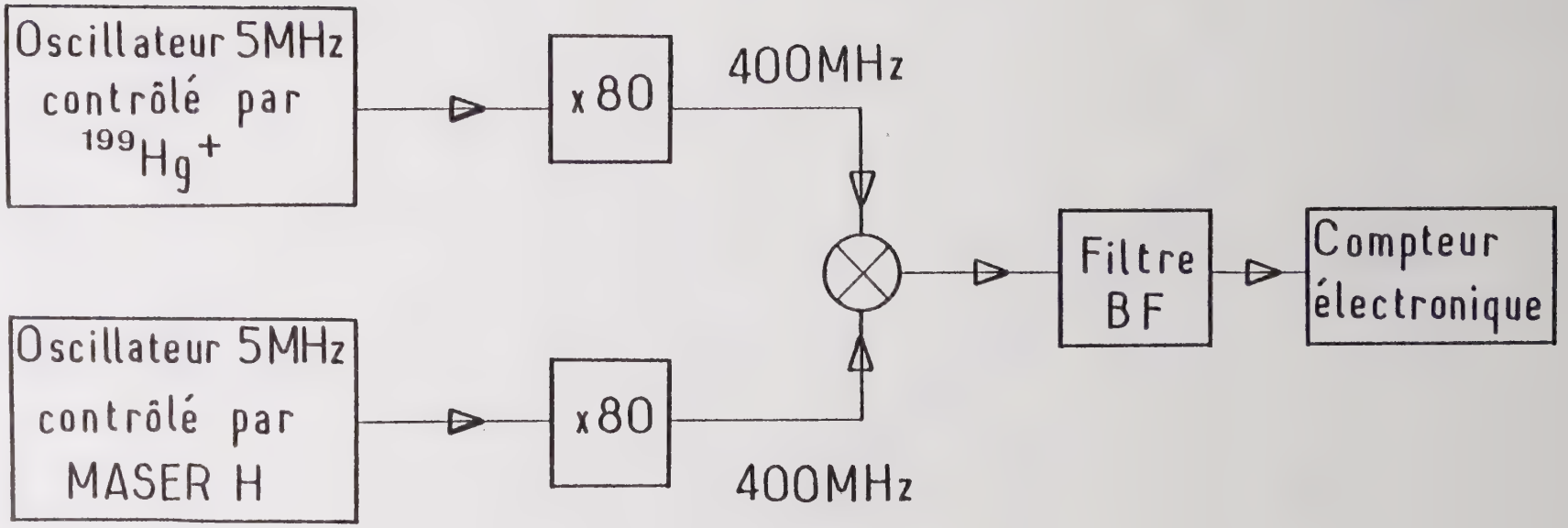

Figure 39 : Montage permettant la mesure de la stabilité de fréquence de l'oscillateur à quartz asservi par comparaison avec un oscillateur à quartz asservi en phase sur un maser à hydrogène.

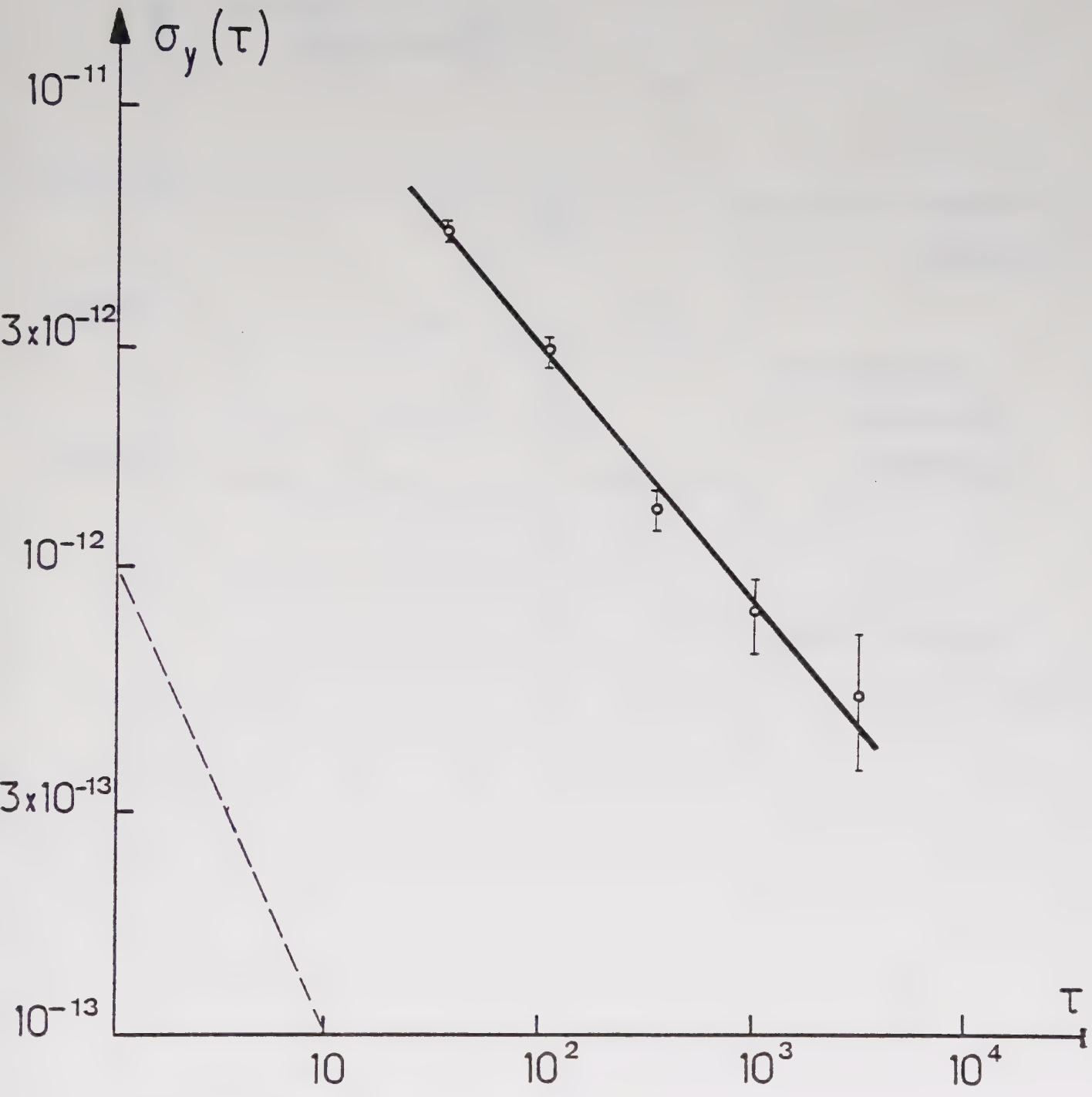

Figure 40 : Stabilité de fréquence mesurée de l'oscillateur asservi.
Elle est de la forme $\sigma_y(\tau) = 3{,}6\ 10^{-11}\ \tau^{-1/2}$

La courbe en tirets donne la limite de résolution apportée par le système de mesure.

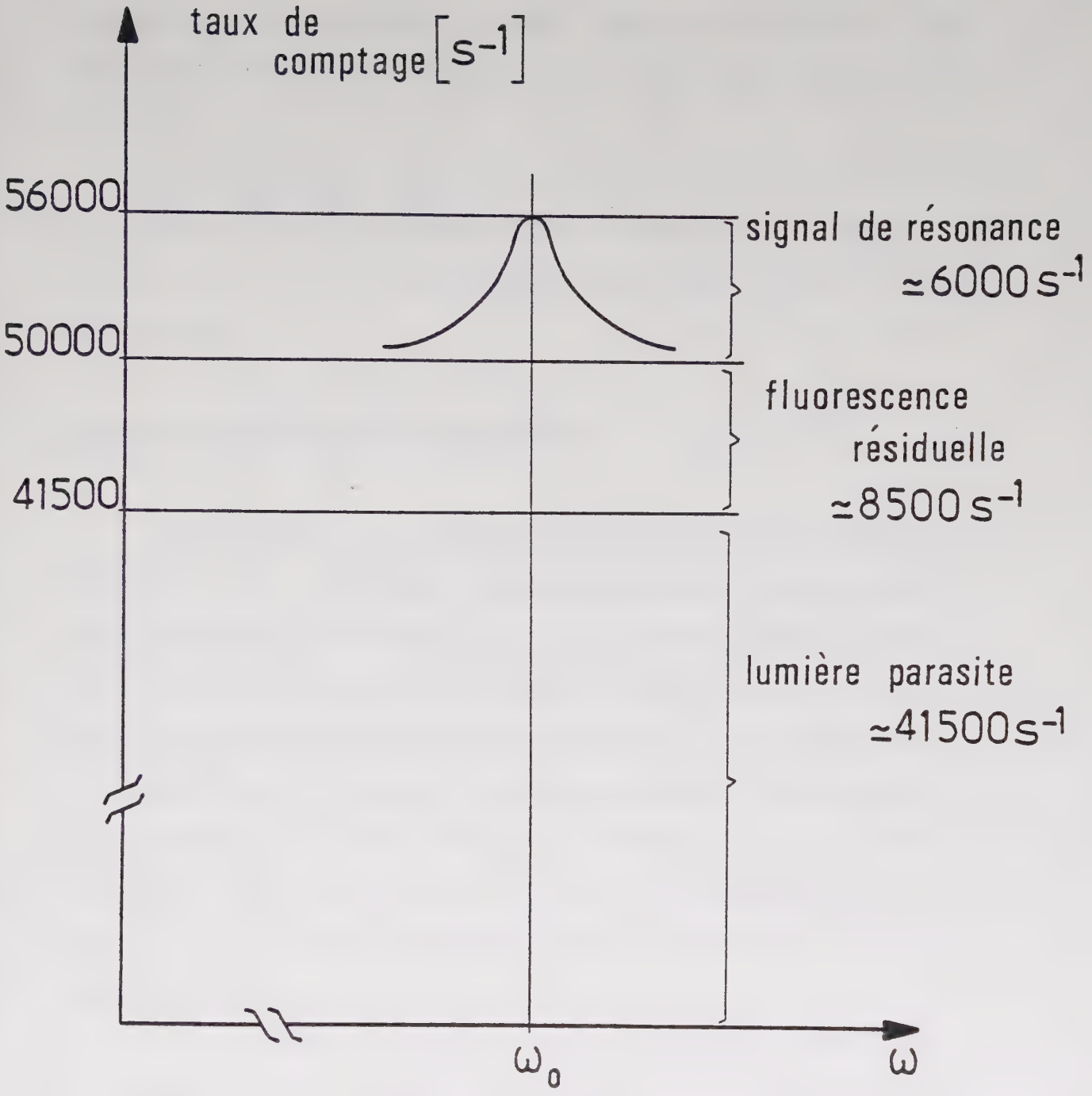

Figure 41 : Valeurs typiques du fond de lumière parasite, de la fluorescence résiduelle et du signal de résonance.

constituant les 17 % restants. Le signal résonnant est environ 11 % du fond parasite très supérieur aux résultats obtenus par d'autres équipes [15, 40].

Les courbes des figures 8 et 9 montrent que la réduction totale de la lumière diffusée entraînerait une amélioration de la stabilité d'un facteur 3. Nos conditions expérimentales à cet égard sont donc proches de l'optimum.

III-C.2. INFLUENCE DES TAUX DE RELAXATION

Les figures 8 et 9 montrent que la valeur de la stabilité $\sigma_y(\tau)$ décroît avec $\gamma_1+\gamma_s$ et d'autant plus rapidement que γ_p n'est pas trop élevé. Actuellement, nous avons $\gamma_p = 2,6\ s^{-1}$, une amélioration notable des résultats est donc possible en réduisant les autres causes de relaxation. Cette réduction a été vérifiée dans une expérience préliminaire au cours de laquelle nous avons introduit une faible pression d'hélium dans la trappe (environ $2\ 10^{-5}$ Pa). L'effet du gaz tampon léger est de réduire l'énergie des ions lors des collisions atome d'hélium-ion mercure [6], on doit donc s'attendre à une réduction de γ_S. On vérifie en effet que dans ces conditions on a $\gamma_S = 0,33\ s^{-1}$ (figure 42).

Simultanément, la contribution de l'échange de charge aux taux de relaxation diminue puisque la section efficace de ce phénomène varie très peu avec la vitesse [27].

La forme de la cage, la pression du mercure neutre sont d'autres facteurs qui peuvent diminuer γ_S et γ_1.

Pour des valeurs de $\gamma_1+\gamma_S$ de l'ordre de $0,1\ s^{-1}$ qui peuvent être raisonnablement espérées, le gain en stabilité serait de l'ordre de 10 (voir figure 9).

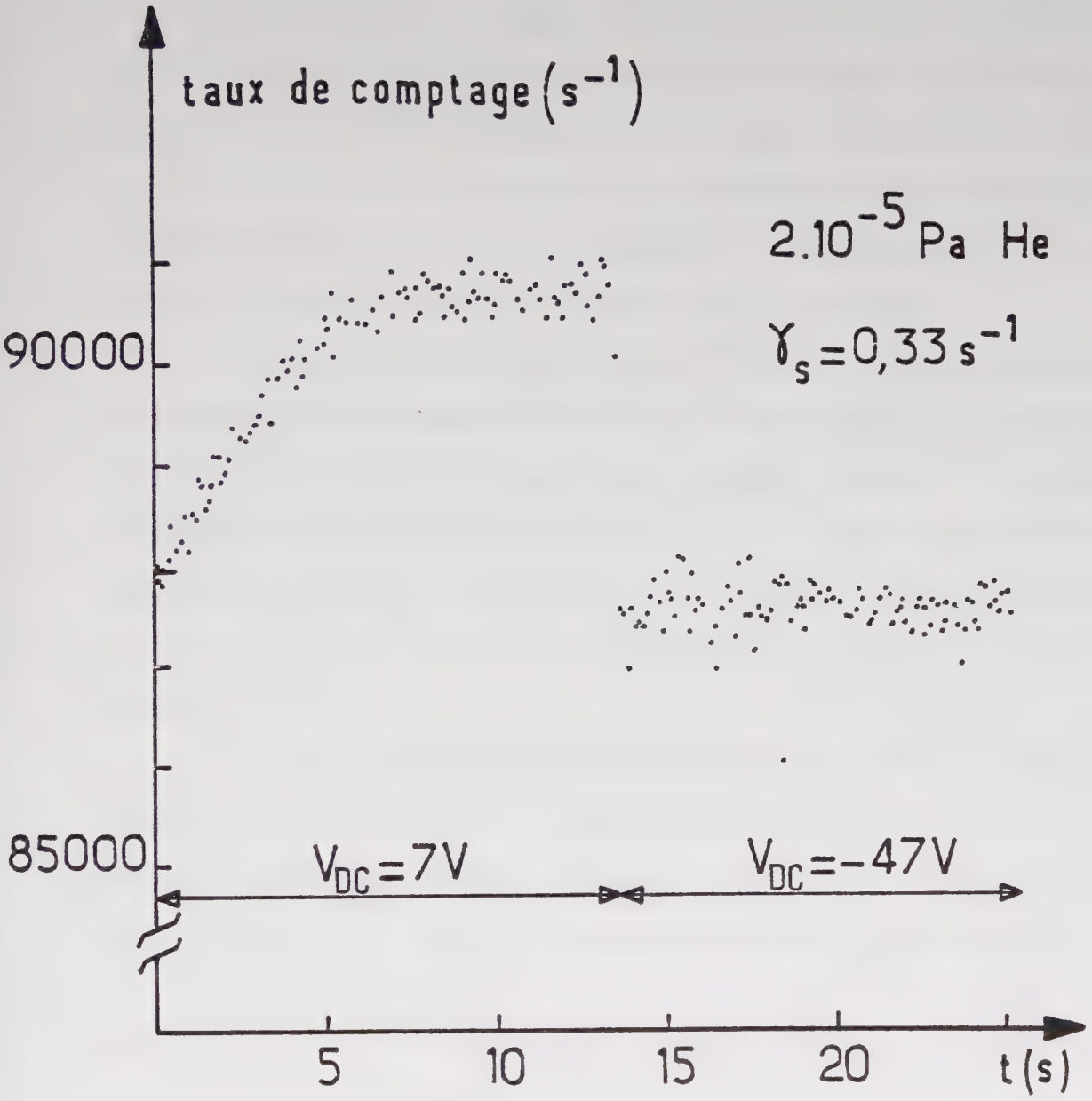

Figure 42 : Détermination du temps de confinement des ions, $\tau_s = \gamma_s^{-1}$, en présence d'une faible pression de gaz tampon, par l'observation du signal de fluorescence émis par les ions illuminés par une lampe à mercure 199. (V_{DC} = 7 V : ions confinés ; V_{DC} = - 47 V : pas de confinement

CONCLUSION

En conclusion nous avons mesuré pour la première fois la stabilité de fréquence $\sigma_y(\tau)$ d'un oscillateur à quartz asservi sur la fréquence hyperfine d'ions $^{199}Hg^+$ confinés dans une trappe radiofréquence. Sa valeur $\sigma_y(\tau) = 3{,}6\ 10^{-11}/\sqrt{\tau}$ est comparable aux stabilités des horloges à césium commercialisées et confirme donc l'intérêt de l'application de la technique du confinement d'ions dans le domaine de la métrologie.

La résonance hyperfine des ions $^{199}Hg^+$ est observée en mesurant la lumière de fluorescence émise lors d'une expérience de double résonance optique et hyperfine. Nous avons obtenu un rapport signal sur bruit égal à 10 environ pour des temps d'observation de 1 s, valeur jamais atteinte auparavant. Le facteur de qualité de cette raie est, de plus, élevé, de l'ordre de 10^{10}. Ces deux résultats expliquent les valeurs de stabilité obtenues.

Le modèle théorique que nous avons élaboré permet la mesure des paramètres caractéristiques de l'expérience qui sont principalement la constante de temps du pompage optique, le temps de confinement des ions dans la trappe et le temps de relaxation entre les niveaux hyperfins.

Le calcul de la stabilité $\sigma_y(\tau)$ en fonction de ces paramètres montre que sa valeur optimale dépend du rapport du taux de pompage optique aux autres taux de relaxation.

Dans les conditions actuelles, cette valeur est pratiquement atteinte ce qui montre que l'intensité du pompage optique est actuellement suffisante.

Une expérience préliminaire au cours de laquelle un gaz tampon sous très faible pression a été introduit dans la cage, a montré que l'on

peut réduire les taux de relaxation autres que le pompage optique, ce qui permet d'espérer un gain d'un facteur 10 sur la stabilité.

Par ailleurs, il serait extrêmement intéressant de pouvoir appliquer à l'ion mercure les techniques de refroidissement démontrées expérimentalement par Toschek [42] et Wineland [43].

Le problème de l'effet Doppler du second ordre serait alors résolu puisque la température des ions pourrait être réduite à une valeur aussi faible qu'une fraction de Kelvin. Actuellement, il n'est pas encore possible de produire le rayonnement cohérent à 194 nm nécessaire à ce refroidissement. On pourrait cependant envisager le refroidissement d'ions mercure par collision avec une autre espèce ionique susceptible d'être ralentie par irradiation laser.

ANNEXE 1

Calcul des probabilités de transition dipolaire électrique entre les niveaux Zeeman hyperfins des états $^2S_{1/2}$ et $^2P_{1/2}$.

Les états propres correspondant aux niveaux Zeeman hyperfins seront écrits $|\ell\ F\ m_F\rangle$ où ℓ est le moment orbital de l'électron et F le moment hyperfin ($\ell=0$ pour les états $^2S_{1/2}$ et $\ell=1$ pour les états $^2P_{1/2}$)

$^2P_{1/2}$:

- F=1 :
  - $|1;1,1\rangle$
  - $|1;1,0\rangle$
  - $|1;1,-1\rangle$
- F=0 : $|1;0,0\rangle$

$^2S_{1/2}$:

- F=1 :
  - $|0;1,1\rangle$
  - $|0;1,0\rangle$
  - $|0;1,-1\rangle$
- F=0 : $|0;0,0\rangle$

On projette les vecteurs $|\ell\ F\ m_F\rangle$ sur les vecteurs $|\ell\ m_\ell\rangle$ représentant l'état orbital des atomes, puisque l'opérateur dipolaire électrique n'affecte que l'état orbital du système et pas les états de spins.

On projette, dans une première étape, les vecteurs $|\ell\ F\ m_F\rangle$ sur les vecteurs $|\ell\ ;\ I\ ,\ m_I\ ;\ J\ m_J\rangle = |\ell\ ;\ J\ ,\ m_J\rangle|I, m_I\rangle$ où I est le spin nucléaire et J le moment total de l'électron [21].

$$|\ell;\ 1,1\rangle = |\ell;\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{2}\rangle\,|\tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{2}\rangle$$

$$|\ell;\ 1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|\ell;\ \tfrac{1}{2}\ ,-\tfrac{1}{2}\rangle\,|\tfrac{1}{2}\ ,\tfrac{1}{2}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\,|\ell;\ \tfrac{1}{2}\ ,\tfrac{1}{2}\rangle\,|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$|\ell;\ 1,-1\rangle = |\ell;\ \tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle |\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$|\ell;0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\ell;\ \tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle |\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\ |\ell;\ \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle$$

Dans la deuxième étape, on projette les vecteurs $|\ell;\ J,m_J\rangle$ sur les vecteurs $|\ell,m\ ;S,m_S\rangle = |\ell,m_\ell\rangle|S,m_S\rangle$ où S est le spin de l'électron. On écrit $|S,m_S\rangle = |+\rangle$ ou $|-\rangle$ suivant que $m_S = +\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$. On a [21] :

$$|0;\ \tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle = |0,0\rangle\ |+\rangle$$

$$|0;\ \tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle = |0,0\rangle\ |-\rangle$$

$$|1;\ \tfrac{1}{2},+\tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\ |1,1\rangle\ |-\rangle\ -\frac{1}{\sqrt{3}}\ |1,0\rangle\ |+\rangle$$

$$|1;\ \tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\ |1,0\rangle\ |-\rangle\ -\sqrt{\frac{2}{3}}\ |1,-1\rangle\ |+\rangle$$

Des équations précédentes on déduit les vecteurs $|\ell\ F\ m_F\rangle$ en fonction des vecteurs $|\ell,m_\ell\rangle\ |S,m_S\rangle\ |I,m_I\rangle$:

$$|0;0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\ |0,0\rangle\ |-\rangle\ |\tfrac{1}{2},+\tfrac{1}{2}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\ |0,0\rangle\ |+\rangle\ |\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$|0;1,-1\rangle = |0,0\rangle\ |-\rangle|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$|0;1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\ |0,0\rangle\ |-\rangle\ |\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\ |0,0\rangle\ |+\rangle\ |\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$|0\ 1\ 1\rangle = |0,0\rangle\ |+\rangle\ |\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$|1\ 0\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\ \Big[\frac{1}{\sqrt{3}}\ |1,0\rangle\ |-\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}\ |1,-1\rangle\ |+\rangle\Big]|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\Big[\sqrt{\frac{2}{3}}\ |1,1\rangle\ |-\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}\ |1\ 0\rangle\ |+\rangle\ \Big]|\ \tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$|1;1,-1> = [\frac{1}{\sqrt{3}} |1,0> |-> - \sqrt{\frac{2}{3}} |1,-1> |+>] |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}>$$

$$|1;1,0> = \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{3}} |1,0> |-> - \sqrt{\frac{2}{3}} |1,-1> |+>] |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}>$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} [\sqrt{\frac{2}{3}} |1,1> |-> - \frac{1}{\sqrt{3}} |1,0> |+>] |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}>$$

$$|1;1,1> = [\sqrt{\frac{2}{3}} |1,1> |-> - \frac{1}{\sqrt{3}} |1,0> |+>] |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}>$$

L'opérateur dipolaire électrique n'agissant que sur le moment cinétique orbital de l'électron, on en déduit immédiatement les valeurs des éléments de matrice $<l;F,m_F |D| 0;F',m_{F'}>$. Les valeurs relatives de ces produits sont données sur le diagramme de Grotrian de la figure 5. On constate que toutes les transitions permises ont des probabilités égales d'être réalisées.

ANNEXE 2

Densité spectrale des fluctuations associées à la mesure du flux de photoélectrons.

Nous supposons que les photoélectrons sont délivrés par le photomultiplicateur à des instants répartis aléatoirement dans le temps avec une densité constante I (flux de photoélectrons) .

Soit $M_c(t)$ la grandeur définie de la façon suivante : $M_c(t)$ est égal au nombre de photoélectrons délivrés par le photomultiplicateur depuis l'instant $t-\tau_o$.

$M_c(t)$ est la réponse d'un système linéaire excité par les impulsions de Poisson représentant le flux de photoélectrons. La réponse impulsionnelle de ce système est h(t) donnée par

$$h(t) = 1 \quad 0 \leq t \leq \tau_o$$
$$0 \quad \text{en dehors de cet intervalle.}$$

Sa fonction de transfert est donc :

$$H(\nu) = \tau_o \, e^{-j\pi\nu\tau_o} \left(\frac{\sin \pi\nu\tau_o}{\pi\nu\tau_o}\right)$$

La densité spectrale des impulsions de Poisson associées à l'émission des photoélectrons est [41] :

$$S_\delta(\nu) = I^2\delta(\nu) + I$$

La densité spectrale de $M_c(t)$ est donc :

$$S'_{M_c}(\nu) = I^2 \tau_o^2 \delta(\nu) + I \tau_o^2 \frac{\sin^2 \pi\nu\tau_o}{(\pi\nu\tau_o)^2}$$

Le premier terme de cette expression correspond à la valeur moyenne de $M_c(t)$ donnée par

$$E[M_c(t)] = I\,H(0) = I\tau_o = M$$

Le second terme représente la densité spectrale bilatérale des fluctuations de $M_c(t)$

$$S_{M_c}(\nu) = I\,\tau_o^2\,\frac{\sin^2\pi\nu\tau_o}{(\pi\nu\tau_o)^2} = M\,\tau_o\,\frac{\sin^2\pi\nu\tau_o}{(\pi\nu\tau_o)^2}$$

Soit $M(t)$ le signal déduit de $M_c(t)$ par échantillonnage aux instants $n\tau_o$ et blocage d'ordre zéro. On peut écrire :

$$M(t) = \sum_n M(n\tau_o)\,[h(t-n\tau_o)]$$

Soit $\mathcal{M}(\nu)$ la transformée de Fourier de $M(t)$ définie par

$$\mathcal{M}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} M(t)\,e^{-2i\pi\nu t}\,dt$$

On a donc

$$\mathcal{M}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_n M(n\tau_o)\,[h(t-n\tau_o)]\,e^{-2i\pi\nu t}\,dt$$

$$= \sum_n M(n\tau_o) \int_{-\infty}^{+\infty} [h(t-n\tau_o)]\,e^{-2i\pi\nu t}\,dt$$

$$= \sum_n M(n\tau_o)\tau_o\,\frac{\sin\pi\nu\tau_o}{\pi\nu\tau_o}\,e^{-2i\pi\nu(n+1/2)\tau_o}$$

$$= e^{-i\pi\nu\tau_o}\,\frac{\sin\pi\nu\tau_o}{\pi\nu\tau_o}\,\tau_o \sum_n M(n\tau_o)\,e^{-2i\pi\nu n\tau_o}$$

Mais

$$\sum_n M(n\tau_o)\, e^{-2i\pi\nu n\tau} = \frac{1}{\tau_o} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \mathcal{M}_c(\nu + \frac{k}{\tau_o})$$

où $\mathcal{M}_c(\nu)$ est la transformée de Fourier de $M_c(t)$. On a donc

$$\mathcal{M}(\nu) = e^{-i\pi\nu\tau_o} \frac{\sin\pi\nu\tau_o}{\pi\nu\tau_o} \sum_k \mathcal{M}_c(\nu + \frac{k}{\tau_o})$$

La densité spectrale $S_M(\nu)$ de M(t) est donc

$$S_M(\nu) = \frac{\sin^2\pi\nu\tau_o}{(\pi\nu\tau_o)^2} \sum_k S_{M_c}(\nu + \frac{k}{\tau_o})$$

On a donc

$$S_M(\nu) = M\tau_o \frac{\sin^2\pi\nu\tau_o}{(\pi\nu\tau_o)^2} \sum_k \frac{\sin^2(\pi\nu\tau_o + k\pi)}{(\pi\nu\tau_o + k\pi)^2} \quad .$$

On montre facilement en appliquant le théorème de Shannon que l'on a

$$\sum_k \frac{\sin^2(\pi\nu\tau_o + k\pi)}{(\pi\nu\tau_o + k\pi)^2} = 1$$

La densité spectrale bilatérale du signal utilisé par l'asservissement est donc :

$$S_M(\nu) = M\tau_o \frac{\sin^2\pi\nu\tau_o}{(\pi\nu\tau_o)^2}$$

Si on se limite aux fréquences de Fourier basses, telles que

$$\pi\nu\tau_o << 1$$

les fluctuations associées à $M(t)$ constituent un bruit blanc, de densité spectrale bilatérale

$$S_M(\nu) = M \tau_o \quad .$$

Les fluctuations ΔI_+ et ΔI_- ne sont donc pas corrélées et la densité spectrale de la différence $\Delta I_+ - \Delta I_-$ est égale à deux fois la densité spectrale $S_{\Delta I}$ associée à ΔI_+ ou ΔI_-. La densité spectrale monolatérale $S_{\Delta I}$ est donnée par

$$S_{\Delta I} = 2 I \quad .$$

REFERENCES

[1] F.G. MAJOR : Rapport X 521-69-167, NASA (1969), non publié.

[2] R.H. DICKE : Phys. Rev. vol. 89, 472, (1953).

[3] W.O. PAUL, O. OSBERGHAUS, E. FISCHER : Forschimgsbritche d. Wirtschafts und Verkchrsministerium Nordrhrein Westfalen Nr 415, (1958).

[4] M.N. BENILAN et C. AUDOIN : Int. Journal of Mass. Spectrometry and Ion Phys. vol. 11, 421, (1973).

[5] R.F. WUERKER, H. SHELTON and R.V. LANGMUIR : J. of Applied Physics, vol. 30, n° 3, 342, (1959)

[6] H.G. DEHMELT : Advances in Atomic and Molecular Physics, vol. 3, 53, Academic Press, New York, (1967).

[7] F.G. MAJOR and H.G. DEHMELT : Phys. Rev. vol. 170, 91, (1968).

[8] R.D. KNIGHT and M.H. PRIOR : J. Appl. Phys. vol. 50, 3044, (1979).

[9] F. PLUMELLE, M. DESAINTFUSCIEN, J.L. DUCHENE et C. AUDOIN : Accepté pour publication dans Optics Communications.

[10] R. IFFLANDER and G. WERTH : Metrologia, vol. 13, 167, (1977).

[11] F.G. MAJOR et J.L. DUCHENE : Journal de Physique, vol. 36, 953, (1975).

[12] J. BROSSEL et F. BITTER : Phys. Rev. vol. 86, 308, (1951).

[13] D.H. CRANDALL, R.A. PHANEUF and G.H. DUNN : Phys. Rev. A, vol. 11, n° 4, 1223, (1975).

[14] S. MROZOWSKI : Phys. Rev. vol. 57, 207, (1940) et vol. 58, 332, (1940).

[15] M.D. McGUIRE, R. PESTCH and G. WERTH : Phys. Rev. A, vol. 17, n° 6, 1999, (1978).

[16] Y. GUERN, A. BIDEAU-MEHU, R. ABJEAN et A. JOHANNIN-GILLES : Phys.Scripta, vol. 14, 273, (1977).

[17] A. KASTLER : J. Phys. Radium, vol. 11, 255, (1950).

[18] G. MISSOUT and J. VANIER : 1975 IEEE Trans. Instrum. Meas. vol. 24, 180-4.

[19] H.G. DEHMELT : Advances in Atomic and Molecular Physics, vol. 3, Academic Press, (1967).

[20] J. VANIER : Phys. Rev. vol. 168, 129, (1967).

[21] J. VANIER : Basic Theory of Lasers and Masers, Ed. Gordon and Breach, (1971).

[22] A.M. BRENETEAU, A.M. ICOLE, C. ROUILLE, A. POQUERUSSE et H.J. DOUCET : Phys. Letters vol. 46-A, 309, (1974).

[23] J.P. BARRAT et C. COHEN-TANNOUDJI : J. Phys. et Radium, vol. 22, 329 et 448, (1961).

[24] MITCHELL and ZEMANSKY : Resonance Radiation and Excited Atoms. p. 99, Cambridge University Press.

[25] B. CAGNAC, J.C. PEBAY-PEYROULA : Physique Atomique, Dunod Université, (1971).

[26] C. COHEN-TANNOUDJI : Metrologia, vol. 13, 161, (1977).

[27] D. RAPP and W.E. FRANCIS : J. of Chem. Phys. vol. 37, 11, 2631, (1962).

[28] C. AUDOIN : Cours à l'Ecole d'Eté de Métrologie Enrico Fermi, Varenna, (Juillet 1976).

[29] K. ALEXANDRE, J. CAMPLAN, M. LIGONNIERE, R. MEUNIER, J.L. SARROUY, H.J. SMITH and B. VASSENT : Nucl. Instr. and Meth. vol. 84, 45, (1970).

[30] J.P.S. HAARSMA, G.J. de JONG and J. AGTERDENBOS : Spectrochimica Acta, vol. 29-B, 1, (1974).

[31] W.F. MEGGERS et F.O. WESTFALL : J. of Research of the National Bureau of Standards. Research paper R.P. 2091, vol. 44, (Mai 1950).

[32] M. MOISAN, C. BEAUDRY et P. LEPRINCE : IEEE Trans. on Plasma Science, vol. 53, n° 2, (1975).

[33] F.L. WALLS and A. de MARCHI : IEEE Trans. on Instr. and Meas., vol. IM-24, 210, (1975).

[34] F.L. WALLS, S.R. STEIN, J.E. GRAY and D.J. GLAZE : Proc. of the 30th Annual Symposium on Frequency Control, Atlantic City, 269, (1976).

[35] M. JARDINO et M. DESAINTFUSCIEN : Measurement of Relaxation Time Constants of Optically Pumped Stored Mercury Ions. IEEE Trans. on Instr. and Meas., vol. IM-29, n° 3, Septembre 1980.

[36] R.D. HAUN and J.R. ZACHARIAS : Phys. Rev., vol. 107, 107, (1957).

[37] J. VIENNET, M. JARDINO, R. BARILLET et M. DESAINTFUSCIEN : Frequency Control Loop with Digital Integration. Soumis à IEEE Instr. and Meas.

[38] P.F. BLACKMAN : Introduction to state-variable analysis. The MacMillan Press, London, (1977).

[39] M. JARDINO, M. DESAINTFUSCIEN, R. BARILLET, J. VIENNET, C. PETIT et C. AUDOIN : Frequency Stability of a Mercury Ion Frequency Standard. Accepté pour publication dans Applied Physics, vol. 24, (1981).

[40] M.D. MacGUIRE : Proc. of the 31st Annual Symposium on Frequency Control. Atlantic City, 612, (1977).

[41] A. PAPOULIS : Probability, Random Variables and Stochastic Processes. MacGraw Hill, Kogakusha, (1965).

[42] W. NEUHAUSER, M. HOENSTATT and P.E. TOSCHEK, H.G. DEHMELT : Phys. Rev. A, vol. 22, n° 3, 1137, (1980).

[43] R.E. DRULLINGER, D.J. WINELAND and J.C. BERGQUIST : Appl. Phys., vol. 22, 365, (1980).